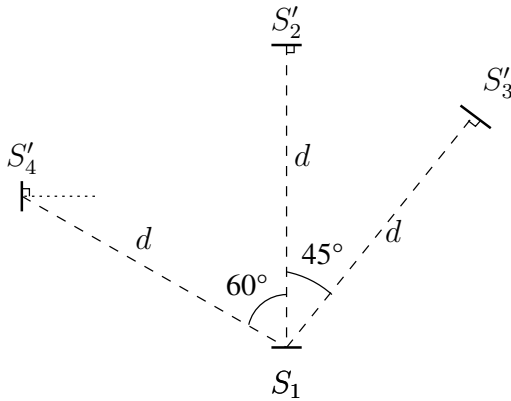


# TD de rayonnement et télédétection

## TD 1 : Grandeurs énergétiques

### 1 Puissance interceptée par une surface élémentaire



On considère une source plane de *petite* surface  $S_1$ , d'aire  $1 \text{ cm}^2$  émettant de façon *lambertienne* sur une de ses faces une puissance  $P_1 = 2 \text{ W}$ . On se propose de calculer les puissances reçues (interceptées)  $P'_2$ ,  $P'_3$  et  $P'_4$  respectivement par trois *petites* surfaces planes  $S'_2$ ,  $S'_3$  et  $S'_4$  de même aire que  $S_1$ , distantes de  $d = 0,5 \text{ m}$  de la surface émettrice, et disposées suivant la figure 1. Compte tenu des petites dimensions des surfaces devant la distance  $d$ , on considèrera que l'angle solide sous lequel une surface est vue par un point quelconque de l'autre surface ne dépend pas du point d'observation.

FIGURE 1 – Géométrie vue en projection

### 2 Émittance et luminance du Soleil

La constante solaire terrestre  $C$  représente l'éclairement produit par le Soleil sur une surface plane placée au sommet de l'atmosphère terrestre, perpendiculairement au rayonnement solaire. Calculer la puissance totale interceptée par la Terre. Calculer l'intensité, la luminance et l'émittance énergétiques solaires sachant que le Soleil rayonne selon la loi de Lambert.

Données : distance Terre-Soleil  $D = 1,5 \times 10^{11} \text{ m} = 1 \text{ ua}$  (unité astronomique);  $C = 1361 \text{ W m}^{-2}$ ; diamètre apparent du soleil vu depuis la Terre :  $2\alpha = 32'$ .

### 3 Luminance d'une source plane isotrope dans un cône

Une source lumineuse plane placée en  $A$ , de très petites dimensions ( $S = 6 \text{ cm}^2$ ) émet une puissance  $P$  de  $10 \text{ W}$  dans le cône de révolution de demi-angle au sommet  $\alpha = 15^\circ$  et d'axe normal à  $S$ .

1. Calculer l'émittance  $M$  de la source, puis sa luminance énergétique  $L$ , supposée constante dans le cône. Comparer  $L$  à la luminance d'une source lambertienne de même puissance.

2. La source éclaire un écran perpendiculaire à l'axe du cône, situé à la distance  $D = AH = 1 \text{ m}$ . Calculer l'éclairement  $E'$  au point  $M$  de l'écran situé à la distance  $r$  de la projection  $H$  du point  $A$  sur l'écran tel que  $\beta = (\overline{AM}, \overline{AH}) = 10^\circ$ . On supposera que la distance source-écran est suffisamment grande devant les dimensions de la source pour que l'angle d'émergence soit indépendant du point de la source considéré.

3. Vérifier en intégrant sur le disque éclairé qu'il intercepte la puissance totale émise.

## TD 2 Rayonnement du Corps Noir

### 1 Répartition spectrale du rayonnement solaire émis

1.1 À l'aide des tables du Corps Noir distribuées, tracer l'allure de la répartition cumulée (normalisée) de la puissance rayonnée par un Corps Noir

$$F(0 \rightarrow \lambda) = \frac{\int_0^\lambda B_\lambda(\lambda, T) d\lambda}{\int_0^\infty B_\lambda(\lambda, T) d\lambda}$$

en fonction de la longueur d’onde normalisée  $\lambda/\lambda_m$  où  $\lambda_m$  est la longueur d’onde du maximum de  $B_\lambda$  à la température  $T$ . Déterminer en particulier le pourcentage de puissance rayonnée de part et d’autre de  $\lambda_m$ .

- 1.2** Considérant que le soleil émet comme un Corps Noir à  $T_S \approx 5800$  K, déterminer quelles fractions d’énergie il rayonne dans les domaines :
- $\lambda \leq 0,4 \mu\text{m}$  : Ultra-violet
  - $0,4 \mu\text{m} \leq \lambda \leq 0,7 \mu\text{m}$  : Visible
  - $0,7 \mu\text{m} \leq \lambda \leq 2 \mu\text{m}$  : Proche infra-rouge
  - $\lambda \geq 2 \mu\text{m}$  : Infra-rouge lointain

## 2 Séparation spectrale entre flux solaire et flux tellurique

On présente traditionnellement les flux solaire et tellurique comme localisés dans des domaines spectraux disjoints. En fait, assimilés à des corps noirs, Soleil et Terre émettent dans tout le spectre et on définit leur domaine spectral respectif par le fait que l’un domine l’autre *au niveau de la surface de la planète*. Nous nous proposons de déterminer la longueur d’onde  $\lambda^*$  pour laquelle, dans le bilan énergétique global de l’ensemble terre-atmosphère, les densités spectrales des deux flux sont égales.

- 2.1** Déterminer l’éclairement spectral solaire  $E(\lambda)$  (en  $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{m}^{-1}$ ) par unité de surface perpendiculaire au flux solaire, puis l’éclairement spectral solaire moyen  $E'(\lambda)$  par unité de surface *de la Terre*, en fonction de la luminance spectrale  $B_{T_S}(\lambda)$  du corps noir à la température  $T_S$ .
- 2.2** En supposant l’albedo de la planète Terre indépendant de la longueur d’onde, en déduire la densité spectrale du flux solaire absorbé  $\Phi_{\text{abs}}(\lambda)$  en moyenne à la surface de la planète.
- 2.3** Caractériser la longueur d’onde  $\lambda^*$  pour laquelle flux solaire absorbé et émittance du flux tellurique ont la même densité spectrale<sup>1</sup>.
- 2.4** À l’aide des deux courbes (en échelles log-log) de luminance spectrale du corps noir fournies en annexe (corps noir solaire sur papier et corps noir planétaire sur transparent), rechercher graphiquement la longueur d’onde  $\lambda^*$ .
- 2.5** Vérifier en calculant les densités spectrales solaire absorbée et tellurique émise vers l’espace à la longueur d’onde  $\lambda^*$  estimée graphiquement.
- 2.6** Quels sont les pourcentages de rayonnement solaire au delà de  $\lambda^*$  et de rayonnement tellurique en deçà ?

Données :

distance Terre-Soleil	$D = 1,5 \times 10^{11}$ m
rayon du Soleil	$R_S = 6,9 \times 10^8$ m
albedo de la planète Terre	$a = 0,3$ (supposé indépendant de $\lambda$ )
constante de Planck	$h = 6,626 \times 10^{-34}$ J s
constante de Boltzmann	$k = 1,38 \times 10^{-23}$ J K <sup>-1</sup>
vitesse de la lumière	$c = 3,00 \times 10^8$ m s <sup>-1</sup>
température du Soleil	$T_S \approx 5800$ K
température de l’ensemble terre-atmosphère	$T_T \approx 255$ K

Luminance spectrale du corps noir  
à la température  $T$   
en  $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{sr}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$

$$B_T(\lambda) = \frac{dB_T}{d\lambda} = \frac{2hc^2}{\lambda^5 \left[ \exp\left(\frac{hc}{k\lambda T}\right) - 1 \right]}$$

## 3 Températures radiatives de la terre

- 3.1** Calculer la température équivalente de rayonnement de la planète Terre, à partir de son émittance énergétique totale  $M$ .
- 3.2** Pour les nombres d’onde  $\nu'$  donnés ci-dessous, déterminer les températures de brillance de la Terre à partir de la luminance monochromatique  $L_{\nu'} = \frac{dL}{d\nu'}$ . De quels domaines d’altitude sont-elles représentatives ? Expliquer en tenant compte de la transmission atmosphérique à ces longueurs d’onde.

Données :  $M \approx 240 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$  ;

$\nu'$	(cm <sup>-1</sup> )	700	900
$L_{\nu'}$	(W m <sup>-2</sup> sr <sup>-1</sup> /cm <sup>-1</sup> )	0,03	0,09

1. Ne pas tenter une résolution analytique pour obtenir  $\lambda^*$ .

## TD 3 BILAN RADIATIF

### 1 Surface en équilibre radiatif

On considère une surface plane  $\Sigma$  au voisinage de la Terre, par exemple sur un satellite et exposée perpendiculairement au rayonnement solaire d'éclairement  $C \approx 1361 \text{ W m}^{-2}$ . On néglige le rôle joué par le rayonnement terrestre. On suppose de plus que la surface est isotherme et diffuse.

#### 1.1 Corps gris

On suppose dans un premier temps que la surface se comporte comme un corps gris d'émissivité  $\varepsilon = 0,8$ .

- Rappeler la loi de Kirchhoff et calculer la température d'équilibre radiatif de cette surface en supposant qu'elle émet sur une face, puis sur ses deux faces.
- Quelle est l'influence de l'émissivité ? Établir l'équation différentielle d'évolution de sa température  $T(t)$ . Linéariser cette équation autour de la température d'équilibre  $T(\infty)$  en posant  $\theta(t) = T(t) - T(\infty)$ . Donner l'expression de la constante de temps d'évolution et discuter le rôle de l'émissivité. On supposera que la capacité calorifique par unité de surface de  $\Sigma$  est indépendante de la température.

#### 1.2 Corps non gris

On suppose au contraire que les coefficients d'absorption de la surface pour son propre rayonnement et le rayonnement solaire (de spectres supposés disjoints) sont respectivement  $\alpha_{\text{surface}} = 0,8$  et  $\alpha_{\text{soleil}} = 0,1$ . Calculer sa température d'équilibre radiatif dans les deux cas précédents. Justifier l'hypothèse de recouvrement négligeable des spectres absorbé et émis.

#### 1.3 Cas d'une sphère

Reprendre les questions précédentes dans le cas où le corps est sphérique, isotherme et émet sur toute sa surface.

### 2 Température de la Terre sans et avec effet de serre

Le flux solaire intercepté au sommet de l'atmosphère terrestre par une surface placée perpendiculairement aux rayons solaires a pour valeur  $C = 1361 \text{ W m}^{-2}$  (constante solaire terrestre). L'ensemble Terre-atmosphère présente vis-à-vis du rayonnement solaire l'albédo moyen  $A = 0,3$ .

- 2.1** Calculer le flux solaire intercepté par l'hémisphère éclairé au sommet de l'atmosphère. En déduire les densités de flux d'énergie solaire intercepté ( $C'$ ) et absorbé ( $C''$ ) en moyenne par unité de surface réelle de la Terre.
- 2.2** On néglige l'effet de serre dû à l'atmosphère et l'on se propose de calculer la température radiative  $T_e$  de la surface terrestre. Pour cela, on assimilera la Terre à un Corps Noir<sup>2</sup> en équilibre radiatif. Calculer le flux solaire absorbé par la Terre et le flux tellurique infra-rouge qu'elle émet. Déterminer l'expression de sa température d'équilibre  $T_e$  et calculer sa valeur numérique. À quelle longueur d'onde sa luminance spectrale est-elle maximale ?
- 2.3** On considère que l'atmosphère se comporte comme une couche qui n'absorbe pas le rayonnement solaire (elle en réfléchit une fraction  $A$ ), mais présente une émissivité  $\varepsilon_{\text{IR}} = 1$  dans le domaine de son propre rayonnement infra-rouge et de celui de la Terre. En considérant la Terre comme un Corps Noir idéal à la fois dans le domaine solaire et tellurique, écrire successivement les équilibres radiatifs de l'atmosphère et de la Terre et en déduire les émittances de l'atmosphère et de la Terre. Calculer leurs températures respectives  $T_A$  et  $T_T$ .

### 3 Température des planètes du système solaire

On considère que le Soleil est un corps noir sphérique de rayon  $R_S$  et de température  $T_S$  et l'on appelle  $D$  la distance moyenne du centre d'une planète du système solaire au centre du Soleil, exprimée en unités

---

<sup>2</sup> En fait, comme la planète renvoie vers l'espace une partie  $A$  du rayonnement solaire, elle ne se comporte pas réellement comme un corps noir.

astronomiques. Le tableau ci-dessous donne pour chacune de ces planètes la valeur de  $D$  et la valeur de son albédo moyen  $A$ .

- 3.1** Déterminer l'expression de la constante solaire  $E$  à la surface de chaque planète en fonction de  $R_S$ ,  $T_S$  et  $D$ , puis en fonction de  $E_0$ , constante solaire à la surface de la Terre. Calculer la valeur de  $E_0$ .
- 3.2** Déterminer l'expression et la valeur de la température moyenne de chaque planète, en supposant qu'elle émet comme un corps noir en équilibre radiatif avec le flux solaire absorbé.
- 3.3** Commenter les températures de surface observées par rapport au résultat de ce calcul et aux hypothèses utilisées. Discuter notamment l'hypothèse isotherme selon les planètes et calculer éventuellement la température d'équilibre local pour un soleil au zénith.

Planète	Mercure	Vénus	<b>Terre</b>	Mars	Jupiter
$D$ (UA)	0,39	0,75	<b>1</b>	1,52	5,20
Albédo ( $A$ )	0,06	0,75	<b>0,31</b>	0,21	0,44
$T_{\text{surface}}$ (K)	100–650	700	<b>288</b>	150–300	294
excentricité	0,2056	0,0068	<b>0,0167</b>	0,0934	0,0483
période de rotation	58,6 j	–243 j	<b>24 h</b>	24,6 h	9,84 h
flux d'énergie interne par unité de surface ( $\text{Wm}^{-2}$ )	0	0	<b>0,075</b>	0,04	5,44

Données :  $1 \text{ UA} = 1,5 \times 10^{11} \text{ m}$  ;  $R_S = 6,9 \times 10^8 \text{ m}$  ;  $T_S = 5820 \text{ K}$ .

## TD 4 ÉPAISSEUR OPTIQUE

N.-B : dans les exercices 2, 3 et 4, on considère que le gaz majoritaire est le seul absorbant.

### 1 Transmission globale de l'atmosphère

On considère la pénétration du flux solaire dans l'atmosphère terrestre supposée homogène horizontalement, dans l'approximation plan parallèle. Dans l'atténuation du flux solaire, on ne prend en compte que l'extinction due à la diffusion moléculaire (Rayleigh) et l'absorption par l'ozone. On suppose de plus que l'atmosphère est isotherme et donc que le profil vertical de la concentration du gaz atmosphérique suit une loi exponentielle, d'échelle de hauteur  $H$  :  $n_{\text{air}}(z) = n_{\text{air}}(0) \exp(-z/H)$ . L'objectif est d'évaluer les contributions de ces deux mécanismes à la transmission atmosphérique à deux longueurs d'onde particulières :

- $\lambda_1 \approx 0,6 \mu\text{m}$ , dans le visible, au maximum des bandes de Chappuis de l'ozone ;
- $\lambda_2 \approx 0,25 \mu\text{m}$ , dans l'ultra-violet, au maximum des bandes de Hartley de l'ozone.

On suppose tout d'abord le soleil au zénith.

- 1.1** Calculer l'épaisseur optique totale de l'atmosphère associée à la diffusion Rayleigh,  $\tau_1^R$  à  $\lambda_1$ , puis  $\tau_2^R$  à  $\lambda_2$ .
- 1.2** L'épaisseur réduite de la colonne d'ozone étant donnée ci-dessous, calculer l'épaisseur optique totale de l'atmosphère associée à l'absorption par l'ozone,  $\tau_1^O$  à  $\lambda_1$ , puis  $\tau_2^O$  à  $\lambda_2$ .
- 1.3** Déterminer la transmission  $T_1$  de l'atmosphère à la longueur d'onde  $\lambda_1$ , puis  $T_2$  à  $\lambda_2$ . Comparer la pénétration du flux solaire jusqu'à la surface dans le visible avec celle dans l'ultra-violet et commenter.
- 1.4** Expliquer *qualitativement* comment seraient modifiées les contributions de la diffusion moléculaire et de l'absorption par l'ozone si on considérait la pénétration du flux solaire jusqu'à la tropopause seulement.
- 1.5** Que deviennent les transmissions  $T_1$  et  $T_2$  pour un angle zénithal de  $60^\circ$  ?

Rappel : l'épaisseur réduite  $\Delta z_i$  d'un constituant  $i$  de l'atmosphère est la hauteur de colonne verticale qu'il occuperait s'il était ramené aux conditions standard de température et de pression au niveau de la mer, c'est-à-dire s'il avait la même concentration que le gaz atmosphérique au niveau de la mer :

$$\Delta z_i \times n_{\text{air}}(0) = \int_0^\infty n_i(z) dz$$

Données :

échelle de hauteur de l'atmosphère	$H \approx 8 \text{ km}$
concentration du gaz atmosphérique au sol	$n_{\text{air}}(z=0) \approx 2,7 \cdot 10^{25} \text{ molécules} \times \text{m}^{-3}$
section efficace d'extinction moléculaire (Rayleigh)	$\sigma_R \approx 4 \times 10^{-32} \text{ m}^2 \times \lambda[\mu\text{m}]^{-4} \text{ molécule}^{-1}$
épaisseur réduite d'ozone	$\Delta z_{\text{O}_3} \approx 3 \text{ mm}$
sections efficaces d'absorption de l'ozone	
bandes de Chappuis	$\sigma_{\text{O}_3}(\lambda_1) \approx 5 \times 10^{-25} \text{ m}^2 \text{ molécule}^{-1}$
bandes de Hartley	$\sigma_{\text{O}_3}(\lambda_2) \approx 1,1 \times 10^{-21} \text{ m}^2 \text{ molécule}^{-1}$

### 2 Épaisseur optique, transmission et absorption

1. Show that for an optically thin layer ( $\Delta\tau_\lambda \ll 1$ ), the optical depth is close to the absorptivity  $a_\lambda$ :

$$\Delta\tau_\lambda \approx a_\lambda$$

2. Parallel beam radiation is passing through a layer 100 m in thickness, containing a gas with an average density of  $0.1 \text{ kg m}^{-3}$ . The beam is directed at  $60^\circ$  from the normal to the layer. Calculate the optical thickness  $\Delta\tau_\lambda$ , transmissivity  $T_\lambda$  and absorptivity  $a_\lambda$  of the layer at wavelengths  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  and  $\lambda_3$  for which the absorption coefficients  $a_\lambda$  are  $10^{-3}$ ,  $0.1$  and  $1 \text{ m}^2 \text{ kg}^{-1}$ , respectively. Indicate the units.

(d'après WALLACE ET HOBBS)

### 3 Coordonnée épaisseur optique

What fraction of the incident radiation  $\Phi_0$  with frequency  $\nu$  is absorbed in passing through the layer of the atmosphere extending from optical depth  $\tau_1 = 0.2$  to  $\tau_2 = 4.0$ ? For an isothermal atmosphere, through how many scale heights does the layer described extend for zero zenith angle?

(d'après WALLACE ET HOBBS)

### 4 Épaisseur optique dans une atmosphère isotherme

Show that if the absorption coefficient per unit mass  $\alpha_\nu$  ( $\text{m}^2 \text{kg}^{-1}$ ) and the gravitational acceleration  $g$  ( $\text{m s}^{-2}$ ) are assumed to be independent of height, the optical depth at pressure level  $p$  is given by :

$$\tau_\nu(p) = \frac{p\alpha_\nu}{g} \sec \theta \quad \text{où} \quad \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

Prove that for an isothermal atmosphere, with  $\alpha_\nu$  and  $g$  independent of height, optical depth decreases exponentially with altitude.

Example: A *hypothetical* planetary atmosphere is composed entirely of a gas with an absorption coefficient of  $0.01 \text{ m}^2 \text{kg}^{-1}$ . Estimate the pressure level and the altitude at which a beam of radiation oriented at  $30^\circ$  from the zenith encounters an optical depth of unity. The atmosphere has a surface pressure of 1 000 hPa, a gravitational acceleration of  $10 \text{ m s}^{-2}$  and an isothermal temperature profile with a scale height of 10 km.

(d'après WALLACE ET HOBBS)

---

3. at the top of the atmosphere

## TD 5 ÉQUILIBRE RADIATIF DE L'ATMOSPHÈRE

### 1 Masse et capacité calorifique de l'atmosphère

On considère une colonne atmosphérique verticale de section  $d^2S$ . On appelle  $dz$  l'épaisseur d'une couche horizontale élémentaire et  $d^3m$  la masse du volume élémentaire qu'elle découpe dans la colonne.

1. Exprimer la masse  $d^2m/d^2S$  de la colonne totale par unité de surface en fonction de la pression en surface  $P_0$  et calculer sa valeur numérique.

2. En déduire la masse de l'atmosphère en fonction du rayon de la Terre (expression littérale et valeur numérique). Comparer à la masse de la Terre et à celle de l'océan.

3. Quelle énergie par unité de surface faudrait-il fournir à la colonne d'air atmosphérique pour que sa température moyenne s'élève de 1 degré (expression littérale et valeur numérique) ?

4. À quelle hauteur d'eau l'atmosphère est-elle équivalente au point de vue calorifique <sup>4</sup> ?

5. On suppose que l'apport d'énergie solaire est instantanément supprimé et que la planète Terre rayonne vers l'espace comme un corps noir durant un laps de temps suffisamment court pour considérer la température voisine de 250 K. Calculer le taux de refroidissement moyen de la Terre <sup>5</sup> en K jour<sup>-1</sup> et préciser l'intervalle de temps pour lequel la température décroît de moins de 1 %.

En déduire une expression de la constante de temps radiative de l'atmosphère définie par  $\frac{1}{\theta} = \frac{-1}{T} \frac{dT}{dt}$  et la calculer.

Données :

Une calorie est l'énergie qui permet d'augmenter de 1 °C la température d'une masse de 1 g d'eau liquide à pression atmosphérique normale : 1 cal  $\approx$  4,18 J.

Pression en surface :  $P_0 = 1000$  hPa ;  $R = 6370$  km ;  $C_P(\text{air}) = 1005$  J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup> ;

### 2 Taux de chauffage quotidien de la stratosphère

Décrire les processus qui interviennent dans l'équilibre radiatif de la stratosphère. On s'intéresse à la photodissociation de l'ozone à 50 km d'altitude pour une durée moyenne du jour de 12 heures.

1. Écrire les équations chimiques de la photodissociation de l'ozone et de sa recombinaison.

2. Exprimer le taux de chauffage radiatif en fonction notamment de l'énergie de la liaison O<sub>2</sub>-O. Quelle serait la vitesse de réchauffement de la stratosphère (en K par jour) si on supprimait l'émission par le CO<sub>2</sub> ?

3. Pourquoi cet équilibre radiatif conduit-il à un gradient de température positif ?

Données :

nombre d'Avogadro :

$$\mathcal{N} = 6,022 \times 10^{23}$$

masse volumique de l'air à 50 km d'altitude :

$$\rho = 1 \times 10^{-3} \text{ kg m}^{-3}$$

énergie de la liaison O<sub>2</sub>-O de la molécule O<sub>3</sub> :

$$\Delta W = 24 \text{ kcal mole}^{-1}$$

concentration d'ozone à 50 km :

$$[\text{O}_3] \approx 1 \times 10^{17} \text{ molécules m}^{-3}$$

taux de photodissociation de l'ozone au zénith à 50 km :

$$J_{\text{O}_3} \approx 8 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

### 3 Méthode à deux flux dans une atmosphère non diffusante

On considère le rayonnement de grande longueur d'onde se propageant dans une atmosphère que l'on suppose stratifiée horizontalement. On suppose aussi que le rayonnement infra-rouge est absorbé par un seul constituant **X** de coefficient d'absorption  $\alpha$  (en m<sup>2</sup>.kg<sup>-1</sup>) indépendant de la longueur d'onde et de l'altitude. On adopte les notations suivantes :  $P(z)$ ,  $T(z)$ ,  $\rho(z)$  pression, température et masse volumique du constituant **X** à l'altitude  $z$ ,

$\tau(z)$  épaisseur optique à l'altitude  $z$  (entre le sommet de l'atmosphère et l'altitude  $z$ ),

$B(z)$  luminance énergétique à l'altitude  $z$  de l'atmosphère rayonnant comme un corps noir,

$B_s$  luminance énergétique de la surface terrestre (W m<sup>-2</sup> sr<sup>-1</sup>),

$F_{\uparrow}(z)$ ,  $F_{\downarrow}(z)$  flux de rayonnement infrarouge montant, descendant à l'altitude  $z$ .

4. Le volume total des océans est de 1,37 10<sup>9</sup> km<sup>3</sup>. Quelle profondeur moyenne aurait l'océan s'il était réparti uniformément sur la surface terrestre ? Comparer les capacités de stockage de chaleur des deux milieux.

5. Noter que l'océan ne suit pas les évolutions rapides de température.

On rappelle qu'au sommet de l'atmosphère  $\tau(\infty) = 0$ ,  $P = 0$  et  $\rho = 0$ . On pose :

$$\Phi(z) = F_{\uparrow}(z) - F_{\downarrow}(z) \quad \text{flux net} \quad (1)$$

$$\Psi(z) = F_{\uparrow}(z) + F_{\downarrow}(z) \quad (2)$$

**1.** En supposant l'équilibre hydrostatique du constituant<sup>6</sup> **X**, montrer que  $\tau(z)$  est proportionnelle à la pression  $P(z)$  à cette altitude :

$$\tau(z) = AP(z) \quad (\text{pour le domaine infra-rouge})$$

**2.** Justifier les expressions

$$\frac{dF_{\uparrow}(z)}{d\tau(z)} = [F_{\uparrow}(z) - \pi B(z)] \quad \text{et} \quad \frac{dF_{\downarrow}(z)}{d\tau(z)} = -[F_{\downarrow}(z) - \pi B(z)]$$

et en déduire les expressions des dérivées  $\frac{d\Phi}{d\tau(z)}$  et  $\frac{d\Psi}{d\tau(z)}$ .

**3.** Montrer qu'à l'équilibre radiatif,  $\Phi(z)$  est indépendant de l'altitude : on le notera  $\Phi_0$ . En déduire que la luminance énergétique de l'atmosphère à l'altitude  $z$  est une fonction affine de l'épaisseur optique à ce niveau :

$$B(z) = \frac{\Phi_0}{2\pi} [\tau(z) + 1]$$

et préciser l'expression de la luminance énergétique de l'atmosphère  $B(z)$  à l'altitude  $z = 0$ . Peut-on évaluer l'influence des gaz à effet de serre ?

**4.** Calculer  $F_{\uparrow}$  au niveau de la surface et la luminance énergétique  $B_s$  de la surface. en fonction de  $\tau_0$ , l'épaisseur optique totale de l'atmosphère. En déduire la discontinuité de la luminance énergétique à la surface Par quel mécanisme cette discontinuité est-elle supprimée ?

**5.** Calculer l'épaisseur optique  $\tau_0$  totale de l'atmosphère, celle  $\tau_1$  de la troposphère et la discontinuité de température à la surface qui résulterait de l'équilibre radiatif.

Données :

$$\begin{array}{lll} \text{surface} & T_0 = 280 \text{ K} & P_0 = 1000 \text{ hPa} \\ \text{tropopause} & T_{\text{trop}} = 220 \text{ K} & P_{\text{trop}} = 250 \text{ hPa} \end{array}$$

---

6. Discuter les conditions justifiant une telle hypothèse.



## TD 6 TÉLÉDÉTECTION

### 1 Télédétection active par lidar

#### 1.1 Le lidar : description succincte

Le lidar est un instrument de mesure à distance analogue au radar, mais dans le domaine optique. Il émet un faisceau laser très directif qui se propage dans l'atmosphère et interagit par absorption et diffusion avec le gaz atmosphérique, les nuages et les aérosols. Une infime partie du rayonnement émis par le lidar est rétrodiffusée et collectée par un télescope : l'analyse de ce signal permet de restituer des paramètres atmosphériques. Si le lidar émet des impulsions très courtes, le temps d'aller et retour permet d'identifier l'altitude de la couche responsable de la rétrodiffusion : le lidar à impulsions permet donc de mesurer des profils verticaux.

##### 1.1.1 Équation du lidar

L'interaction du rayonnement avec le milieu atmosphérique est représentée dans le rayonnement reçu par deux facteurs, dépendant de l'altitude  $z$  et de la longueur d'onde émise<sup>7</sup>  $\lambda$  :

- le **coefficient de rétrodiffusion** par unité de longueur et d'angle solide, traditionnellement noté  $\beta(z, \lambda)$ ,
- la transmission aller-retour entre le lidar à l'altitude  $z_0$  et l'atmosphère à l'altitude  $z$ , soit  $\exp[-2\tau(z, \lambda)]$ , qui s'obtient en intégrant le **coefficient d'extinction**  $\alpha(z, \lambda)$  sur le trajet du faisceau :

$$\tau(z, \lambda) = \int_{z_0}^z \alpha(z', \lambda) dz' \quad (3)$$

Le signal rétrodiffusé est intercepté sous l'angle solide  $\Omega = A/(z - z_0)^2$  où  $A$  est la surface du télescope. Le signal  $S(z, \lambda)$ , reçu de l'altitude  $z$  est donc proportionnel au produit de ces trois facteurs :

$$S(z, \lambda) = k \frac{A}{(z - z_0)^2} \beta(z, \lambda) \exp[-2\tau(z, \lambda)] \quad (4)$$

La constante  $k$  rend compte du bilan global de liaison : elle est proportionnelle à l'énergie émise dans une impulsion, mais reste difficile à déterminer avec précision.

##### 1.1.2 Processus d'interaction mis en jeu

Les molécules du gaz atmosphérique, les particules et les nuages contribuent à la diffusion, donc à la fois à la rétrodiffusion ( $\beta$ , voir éq. 6) et à l'extinction ( $\alpha$ , voir éq. 7).

$$\beta = \underbrace{\beta^{\text{molécules}}}_{\beta_R} + \underbrace{\beta^{\text{aérosols}} + \beta^{\text{nuages}}}_{\beta_M} \quad (5)$$

où  $\beta_R = \beta_{\text{Rayleigh}}$  représente la diffusion Rayleigh, et  $\beta_M = \beta_{\text{Mie}}$  la diffusion Mie par les particules et les nuages. Chacun de ces termes est le produit d'une concentration par une section efficace différentielle de rétrodiffusion.

$$\beta(z, \lambda) = \sum_i n_i(z) \frac{d^2\sigma_i(\lambda)}{d^2\Omega}(\pi) \quad (6)$$

Le gaz atmosphérique, les aérosols et les nuages contribuent de même à l'extinction par diffusion. Mais, pour certaines longueurs d'onde, l'extinction peut comporter aussi un terme d'absorption par des gaz minoritaires ou des particules :

$$\alpha(z, \lambda) = \alpha^{\text{diff}} + \alpha^{\text{abs}} = \sum_i n_i(z) \sigma_i^{\text{diff}}(\lambda) + \sum_j n_j(z) \sigma_j^{\text{abs}}(\lambda) \quad (7)$$

Ces différentes contributions permettent de restituer des profils verticaux de concentration des majoritaires (en s'appuyant sur le terme de rétrodiffusion Rayleigh), d'aérosols et de nuages (en s'appuyant sur la diffusion de Mie), ou de composés minoritaires (en exploitant le terme d'absorption dans  $\alpha$ ).

7. On ne s'intéresse ici qu'au lidar à diffusion élastique, où on n'analyse que le signal reçu à la longueur d'onde émise.

On définit le rapport de diffusion  $R(z, \lambda)$  comme le rapport entre rétrodiffusion totale et rétrodiffusion Rayleigh par les seules molécules d'air :

$$R(z, \lambda) = \frac{\beta(z, \lambda)}{\beta_R(z, \lambda)} = 1 + \frac{\beta_M(z, \lambda)}{\beta_R(z, \lambda)} \quad (8)$$

Le rapport de diffusion est toujours supérieur à 1. Il vaut 1 en l'absence d'aérosol et de nuage.

★ **Q 1** : Que vaut  $\beta_R/\alpha_R$  ?

### 1.1.3 Dynamique du signal reçu et prétraitement

Le signal lidar mesuré par le détecteur décroît très rapidement avec l'altitude<sup>8</sup>. Cette dynamique impose deux limites au domaine d'altitude exploitable :

- Vers le bas à cause de la saturation du signal électronique détecté par la rétrodiffusion des couches les plus proches qui sont aussi les plus denses ;
- Vers le haut où le signal lidar des couches les plus éloignées et les moins denses devient faible devant la luminance du ciel et le bruit de fond ;

Deux techniques de mesure sont employées pour essayer de couvrir le plus grand domaine possible :

- Un mode dit analogique de mesure de courant avec une résolution verticale très fine pour les signaux forts issus de basses couches ;
- Un mode comptage de photons de résolution verticale plus grossière adapté aux faibles signaux issus des hautes couches.

Le domaine d'altitude où ces deux signaux sont simultanément exploitables est assez réduit, mais il est essentiel pour «raccorder» les deux profils, c'est-à-dire estimer le rapport entre les constantes multiplicatives  $k$  de l'équation (4) des deux modes, afin d'obtenir un profil composite sur un domaine étendu (voir fig. 2 p. 14).

Noter qu'au signal lidar défini par l'équation (4) s'ajoute la luminance du ciel<sup>9</sup> que l'on estime à partir de la partie très haute altitude du signal où l'on sait que la rétrodiffusion est négligable. En pratique on travaille sur des signaux corrigés de la luminance du ciel et du carré de la distance  $d = z - z_0$  ( $z_0$  étant l'altitude de la station de mesure), notés

$$f(z, \lambda) = (S - FC) \times d^2 \propto \beta(z, \lambda) \exp[-2\tau(z, \lambda)]. \quad (9)$$

Enfin, la fréquence de tir de l'émetteur (quelques 10 Hz) permet d'effectuer des moyennes sur une durée où l'atmosphère peut être considérée comme figée. Ces moyennes permettent d'améliorer le rapport signal sur bruit, notamment dans le mode comptage dans un rapport  $\sqrt{n}$  où  $n$  est le nombre de profils moyennés.

**Données numériques** Les profils verticaux atmosphériques de température, pression et concentration du modèle d'atmosphère standard (US-Standard Atmosphere 1976) sont donnés dans la table 1 p. 13. La station de mesure lidar de l'Observatoire de Haute Provence est située à une altitude  $z_0 = 683$  m.

## 1.2 Lidar Rayleigh pour mesurer la température

Si on considère la stratosphère comme exempte de nuage et d'aérosol, le signal rétrodiffusé est associé uniquement à la diffusion Rayleigh par les molécules d'air. De plus, au dessus d'une certaine altitude, l'épaisseur optique due à la diffusion Rayleigh peut être négligée (transmission unité). Mieux, avec un modèle d'atmosphère moyenne, on peut estimer l'épaisseur optique Rayleigh pour corriger approximativement le signal de la transmission. Une fois la correction géométrique effectuée, on accède donc à un profil de  $\beta_R(z, \lambda)$ , qui donne le profil de concentration en molécules d'air ou encore de masse volumique  $\rho(z)$  à une constante multiplicative près, soit :

$$f(z) = k\rho(z) \quad (10)$$

Au lieu de chercher à estimer  $k$ , on peut s'en affranchir pour accéder au profil vertical de température en s'appuyant sur la loi des gaz parfaits et l'équation de l'hydrostatique.

8. La dynamique est moins défavorable dans le cas de mesures embarquées sur avion ou satellite, en visée vers le bas.

9. C'est pourquoi les mesures lidar à très haute altitude sont effectuées de nuit.

★ **Q 2** : En supposant négligeable l'épaisseur optique Rayleigh, donner l'expression de la dérivée du logarithme du signal corrigé  $\frac{d \log f(z)}{dz}$  en fonction du profil de masse volumique  $\rho(z)$ . Quelle forme prend cette expression dans un domaine d'altitude isotherme ? Donner sa valeur en  $\text{km}^{-1}$  autour de 9 km. Que peut-on en déduire ?

**Q 3** : Comment est modifiée l'expression de  $\frac{d \log f(z)}{dz}$  en fonction de la concentration  $n(z)$  et de la longueur d'onde si on prend en compte l'épaisseur optique Rayleigh ? On suppose pour simplifier l'atmosphère isotherme. Déterminer à quelle condition sur l'épaisseur optique  $\tau(z \rightarrow \infty, \lambda)$  entre l'altitude  $z$  et le sommet de l'atmosphère le terme de transmission peut être négligé. Calculer les deux termes à 30 km d'altitude à la longueur d'onde de  $0,5 \mu\text{m}$ .

★ **Q 4** : On néglige de nouveau le facteur de transmission et on suppose que la mesure puisse s'étendre jusqu'au sommet de l'atmosphère (pression nulle). Montrer qu'en intégrant  $f$  de  $z$  jusqu'en haut de l'atmosphère, on peut accéder à la pression  $p(z)$ , toujours à  $k$  près. Puis en déduire l'expression de la température  $T(z)$  à partir du profil  $f(z)$ .

### 1.3 Altitude et caractéristiques optiques des nuages

Dans la troposphère, il est facile détecter les nuages fins (épaisseur optique négligeable) de rapport de diffusion important et de suivre l'évolution de leur altitude. Dans le cas des nuages épais mais bien identifiables, il est possible d'estimer leur épaisseur optique.

**Q 5** : La figure 2 p. 14 représente le logarithme du signal corrigé  $f(z) = (S - FC) * Z^2$  soit  $\ln((S - FC)(z - z_0)^2)$  noté  $\ln(f(z))$ , mesuré dans l'ultra-violet à la longueur d'onde de 316 nm à la fois en comptage et en analogique. Repérer la zone de recouvrement entre l'analogique et le mode comptage. Observer en particulier les limites de bruit et de saturation des deux signaux. En considérant la seule épaisseur optique Rayleigh comparer les deux termes intervenant dans  $\frac{d \log f(z)}{dz}$  (voir (3)) à 9 km pour la longueur d'onde utilisée ici (316 nm).

**Q 6** : Estimer le rapport de diffusion maximal du nuage localisé vers 9,5 km. En faisant une hypothèse raisonnable sur le coefficient d'Angström du nuage, prévoir comment évoluerait son rapport de diffusion si on travaillait à une longueur d'onde de  $0,5 \mu\text{m}$  ?

Que peut-on dire de l'épaisseur optique de ce nuage ?

**Q 7** : La figure 3 p. 15 présente le même type de mesure, effectuée 45 minutes plus tard. Elle montre un nuage épais entre 9 et 11 km d'altitude. Donner un ordre de grandeur du rapport de diffusion maximal atteint dans le nuage épais vers 9,5 km d'altitude. Indiquer l'altitude jusqu'où le signal analogique est exploitable. En utilisant le signal de comptage, donner une estimation graphique de l'épaisseur optique totale du nuage épais situé entre 9 et 10,5 km environ.

### 1.4 Lidar à absorption différentielle

Pour mesurer un profil vertical de composé minoritaire absorbant (ozone, vapeur d'eau, ...) dans l'atmosphère, on émet alternativement deux faisceaux à des longueurs d'onde très proches dont l'une ( $\lambda_1$ ) est absorbée par le composé et l'autre ( $\lambda_2$ ) très peu :  $\sigma^{\text{abs}}(\lambda_1) \gg \sigma^{\text{abs}}(\lambda_2)$ . C'est la méthode dite d'*absorption différentielle* (DIAL).

#### 1.4.1 Principe de la méthode DIAL

**Q 8** : En admettant que  $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$  est suffisamment faible pour que les termes de diffusion par le gaz atmosphérique et par les aérosols soient identiques aux deux longueurs d'onde, donner l'expression du rapport  $S(z, \lambda_2)/S(z, \lambda_1)$  des signaux lidar reçus aux deux longueurs d'onde.

**Q 9** : Comment peut-on déduire de ce rapport la concentration  $n_i$  du minoritaire absorbant ?

#### 1.4.2 Exemple de mesure DIAL d'ozone troposphérique

On analyse des mesures d'ozone troposphérique effectuées grâce au couple de longueurs d'onde :

—  $\lambda_1 = 289 \text{ nm}$  où  $\sigma_{\text{O}_3} \approx 1,58 \times 10^{-22} \text{ m}^2$

—  $\lambda_2 = 316 \text{ nm}$  où  $\sigma_{\text{O}_3} \approx 4,79 \times 10^{-24} \text{ m}^2$

**Q 10 :** La figure 4 p. 16 représente les quantités  $\ln(f(z))$  aux deux longueurs d'ondes du lidar. Comparer ces deux signaux et en déduire l'épaisseur optique différentielle d'ozone de la couche entre 7 km et 11 km. En supposant l'ozone en rapport de mélange constant et l'atmosphère isotherme, en déduire le rapport de mélange moyen de l'ozone dans cette couche. Vérifier que l'épaisseur optique différentielle Rayleigh dans cette couche est négligeable.

**Q 11 :** La figure 5 p.17 représente la différence des  $\ln(f(z))$  aux deux longueurs d'ondes. Expliquer ce qu'il advient pour le nuage à 9,4 km. Estimer graphiquement la pente de la courbe et en déduire la concentration d'ozone dans le domaine d'altitude couvert. Comment évolue cette pente dans la partie haute troposphère? Expliquer. Repérer la perturbation du profil restitué par le nuage. Pourquoi le signal est-il de plus en plus bruité quand l'altitude croit ?

#	alt(km)	temp(K)	p(hPa)	cc(m <sup>-3</sup> )				
					25.00	221.55	25.536	8.352E+23
0.00	288.15	1015.000	2.553E+25		25.50	222.05	23.657	7.720E+23
0.50	284.90	956.261	2.432E+25		26.00	222.54	21.921	7.138E+23
1.00	281.65	900.315	2.316E+25		26.50	223.04	20.316	6.600E+23
1.50	278.40	847.057	2.205E+25		27.00	223.54	18.832	6.105E+23
2.00	275.15	796.387	2.097E+25		27.50	224.03	17.459	5.647E+23
2.50	271.91	748.208	1.994E+25		28.00	224.53	16.189	5.225E+23
3.00	268.66	702.422	1.895E+25		28.50	225.02	15.015	4.835E+23
3.50	265.41	658.940	1.799E+25		29.00	225.52	13.928	4.475E+23
4.00	262.17	617.669	1.707E+25		29.50	226.01	12.922	4.143E+23
4.50	258.92	578.523	1.619E+25		30.00	226.51	11.991	3.836E+23
5.00	255.68	541.416	1.534E+25		30.50	227.00	11.128	3.552E+23
5.50	252.43	506.265	1.453E+25		31.00	227.50	10.330	3.290E+23
6.00	249.19	472.991	1.375E+25		31.50	227.99	9.591	3.048E+23
6.50	245.94	441.515	1.301E+25		32.00	228.49	8.906	2.824E+23
7.00	242.70	411.762	1.229E+25		32.50	229.59	8.272	2.611E+23
7.50	239.46	383.657	1.161E+25		33.00	230.97	7.686	2.411E+23
8.00	236.22	357.131	1.096E+25		33.50	232.36	7.145	2.228E+23
8.50	232.97	332.113	1.033E+25		34.00	233.74	6.645	2.060E+23
9.00	229.73	308.538	9.732E+24		34.50	235.13	6.183	1.906E+23
9.50	226.49	286.339	9.161E+24		35.00	236.51	5.756	1.763E+23
10.00	223.25	265.455	8.616E+24		35.50	237.90	5.360	1.633E+23
10.50	220.01	245.825	8.097E+24		36.00	239.28	4.994	1.512E+23
11.00	216.77	227.390	7.601E+24		36.50	240.67	4.654	1.401E+23
11.50	216.65	210.209	7.031E+24		37.00	242.05	4.340	1.299E+23
12.00	216.65	194.328	6.500E+24		37.50	243.44	4.048	1.205E+23
12.50	216.65	179.649	6.009E+24		38.00	244.82	3.778	1.118E+23
13.00	216.65	166.081	5.555E+24		38.50	246.20	3.527	1.038E+23
13.50	216.65	153.540	5.136E+24		39.00	247.59	3.294	9.640E+22
14.00	216.65	141.947	4.748E+24		39.50	248.97	3.077	8.957E+22
14.50	216.65	131.231	4.389E+24		40.00	250.35	2.876	8.325E+22
15.00	216.65	121.326	4.058E+24		40.50	251.73	2.689	7.741E+22
15.50	216.65	112.170	3.752E+24		41.00	253.12	2.515	7.202E+22
16.00	216.65	103.706	3.469E+24		41.50	254.50	2.354	6.702E+22
16.50	216.65	95.882	3.207E+24		42.00	255.88	2.203	6.240E+22
17.00	216.65	88.649	2.965E+24		42.50	257.26	2.063	5.812E+22
17.50	216.65	81.963	2.741E+24		43.00	258.64	1.933	5.415E+22
18.00	216.65	75.782	2.535E+24		43.50	260.02	1.811	5.047E+22
18.50	216.65	70.068	2.344E+24		44.00	261.40	1.698	4.706E+22
19.00	216.65	64.786	2.167E+24		44.50	262.79	1.592	4.390E+22
19.50	216.65	59.902	2.004E+24		45.00	264.17	1.493	4.097E+22
20.00	216.65	55.388	1.853E+24		45.50	265.55	1.401	3.824E+22
20.50	217.08	51.217	1.710E+24		46.00	266.93	1.316	3.571E+22
21.00	217.58	47.370	1.578E+24		46.50	268.31	1.235	3.336E+22
21.50	218.08	43.820	1.456E+24		47.00	269.69	1.160	3.118E+22
22.00	218.57	40.544	1.344E+24		47.50	270.65	1.090	2.919E+22
22.50	219.07	37.520	1.241E+24		48.00	270.65	1.025	2.743E+22
23.00	219.57	34.728	1.146E+24		48.50	270.65	0.963	2.578E+22
23.50	220.06	32.149	1.059E+24		49.00	270.65	0.905	2.423E+22
24.00	220.56	29.768	9.780E+23		49.50	270.65	0.850	2.277E+22
24.50	221.06	27.568	9.037E+23		50.00	270.65	0.799	2.139E+22

TABLE 1 – Atmosphère standard : altitude, température, pression et concentration d'air

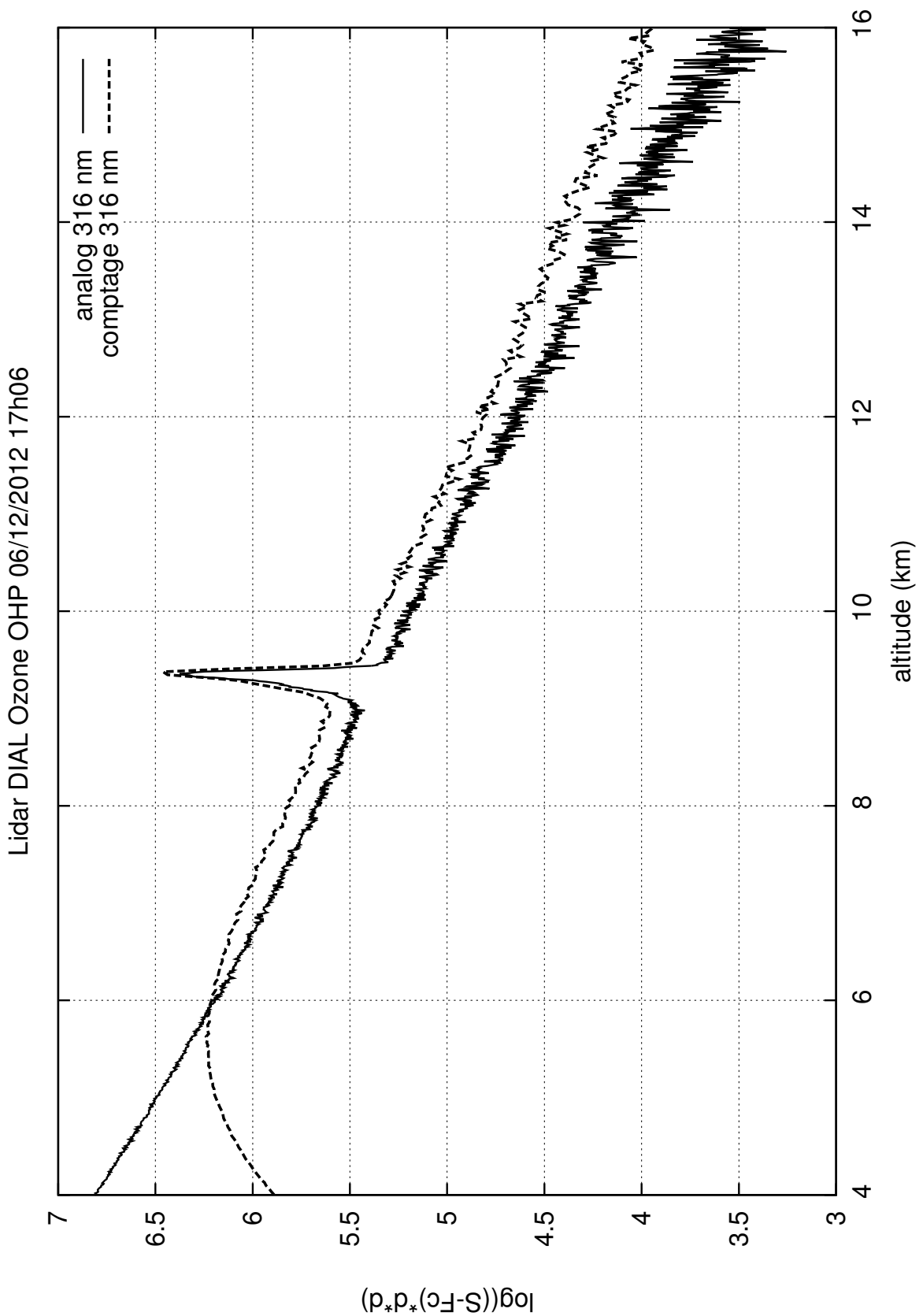


FIGURE 2 – Lidar à 316 nm :  $(S - FC) \cdot Z^2$  analogique et comptage

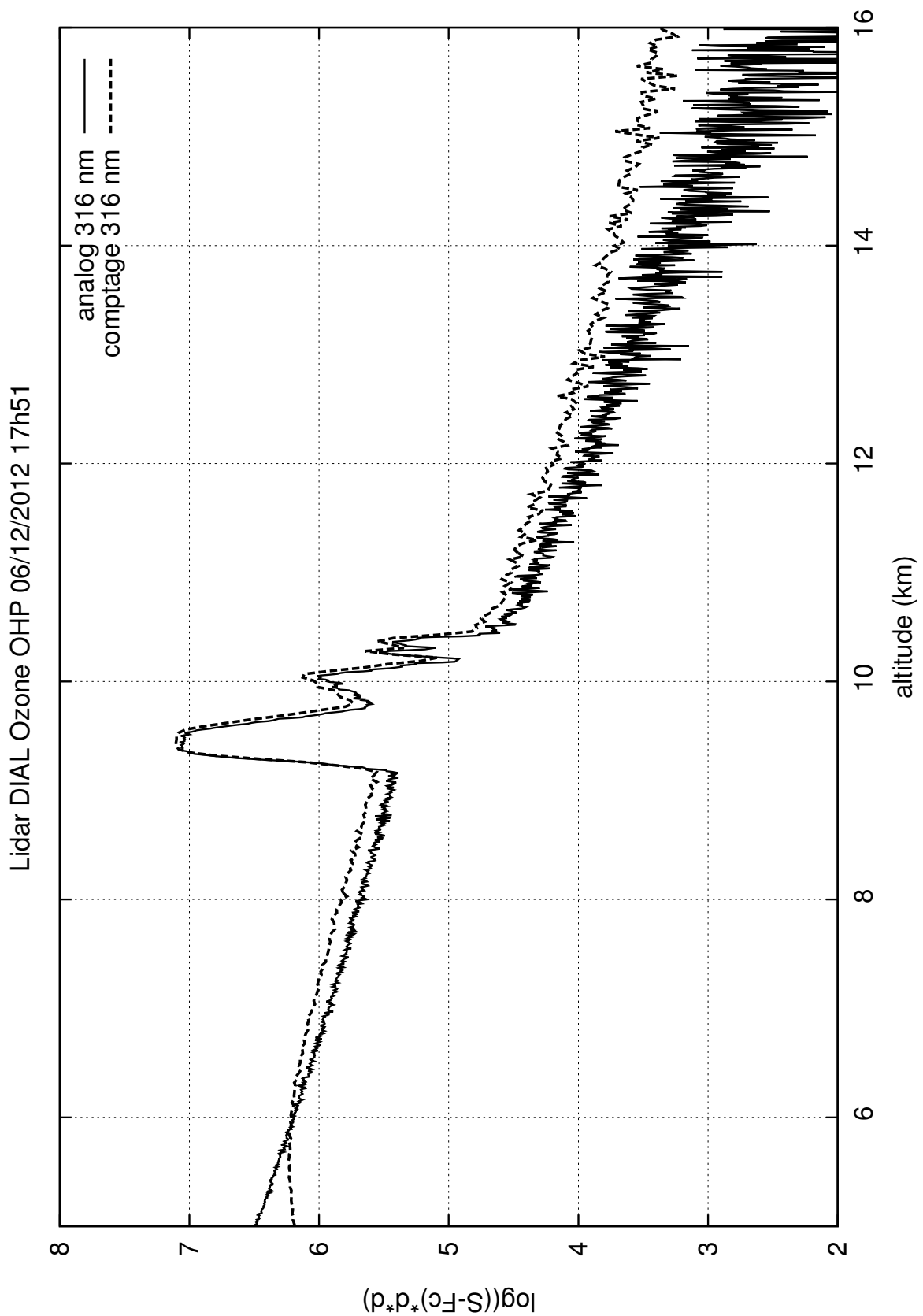


FIGURE 3 – Lidar à 316 nm :  $(S - FC) * Z^2$  avec nuage épais.

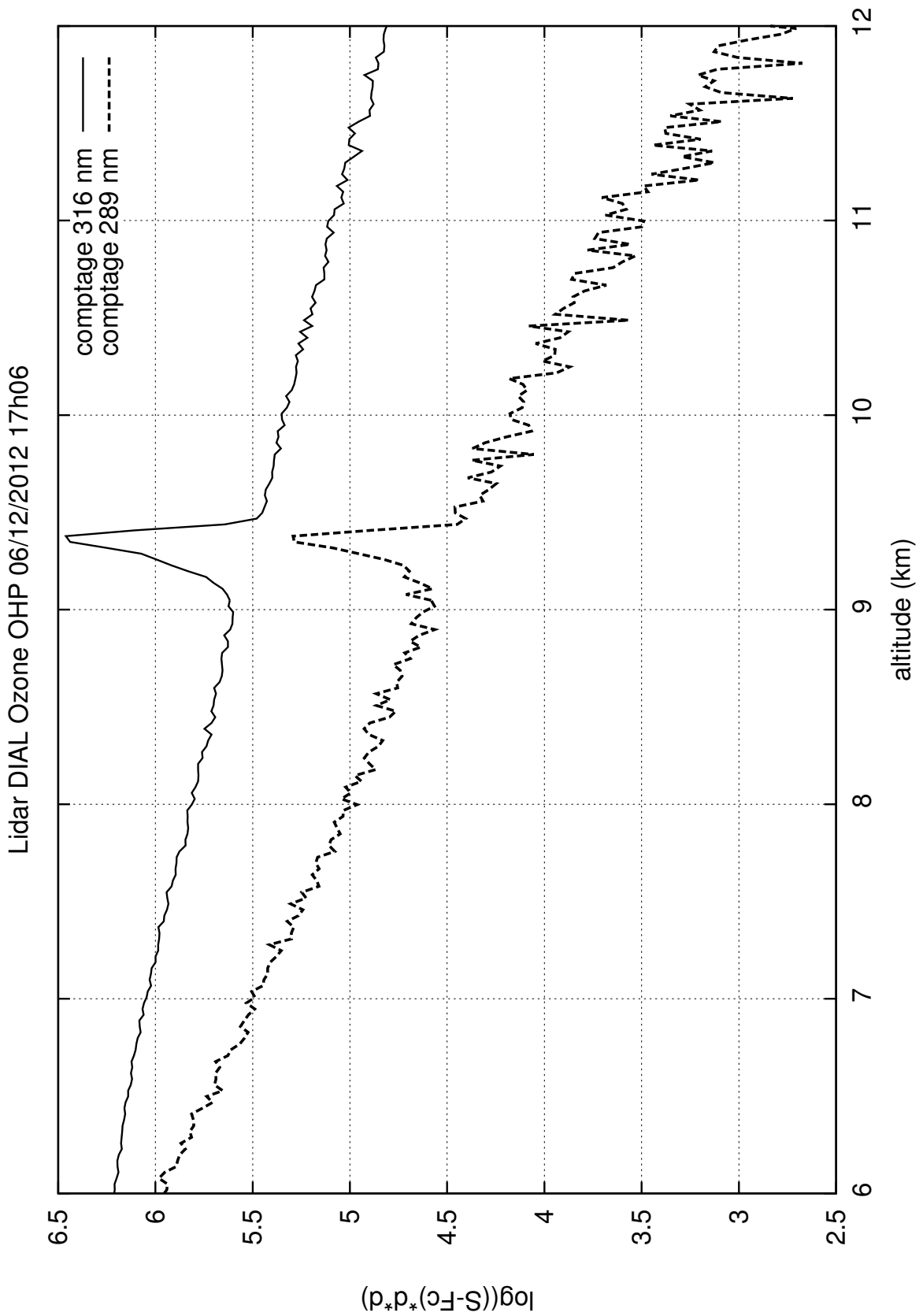


FIGURE 4 – Lidar DIAL O3 à 289 nm et 316 nm :  $(S - FC) * Z^2$  comptage



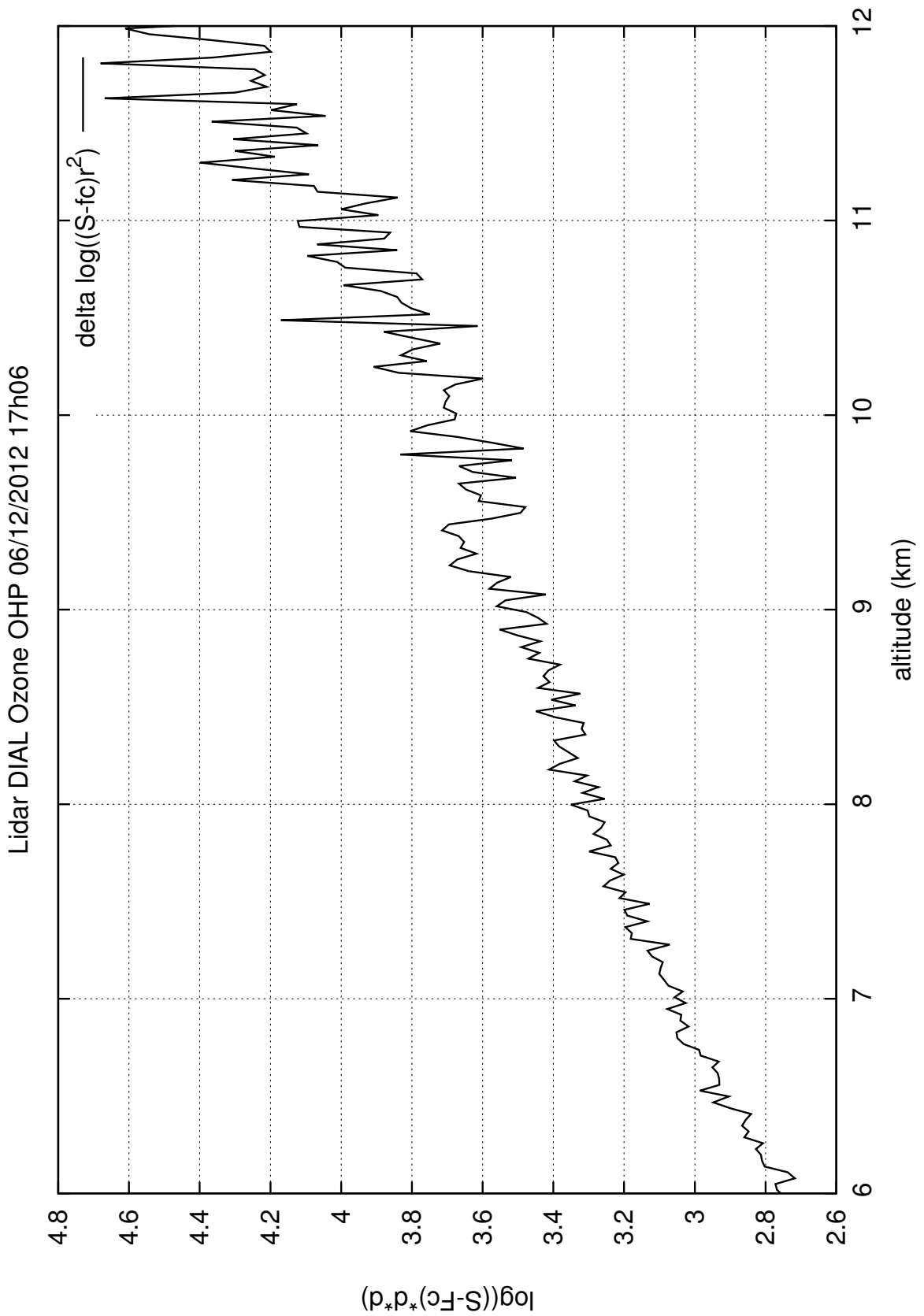


FIGURE 5 – Lidar DIAL O3 à 289 nm et 316 nm :  $\Delta(S - FC) * Z^2$  comptage

## 2 Télédétection passive : quelques exemples

Dans ces exercices, on examine le rayonnement mesuré par un satellite en orbite terrestre dans le domaine de l'infra-rouge tellurique. On négligera donc la diffusion. On ne s'intéressera ici qu'à des visées verticales depuis l'espace (visées au nadir).

Dans le premier cas, l'instrument mesure le rayonnement provenant de la fenêtre atmosphérique entre 10 et 12  $\mu\text{m}$ . C'est la meilleure zone spectrale pour analyser les phénomènes à la surface terrestre. Cependant une absorption résiduelle par la vapeur d'eau peut entraîner des erreurs si elle n'est pas prise en compte.

Dans le deuxième cas, l'instrument analyse le rayonnement dans une bande d'absorption forte (celle du  $\text{CO}_2$  à 15  $\mu\text{m}$ ) à plusieurs longueurs d'onde partant du centre de la bande très absorbant jusqu'au bord, beaucoup moins absorbant. L'exploitation de ces différents canaux permet de restituer les paramètres thermodynamiques de l'atmosphère, notamment la température à différentes altitudes.

### 2.1 Mesure de la température de surface par la technique dite split-window

On s'intéresse maintenant à l'observation au nadir d'une scène dans la fenêtre atmosphérique infra-rouge dans deux bandes spectrales centrées sur les longueurs d'onde 11  $\mu\text{m}$  et 12  $\mu\text{m}$ . Cette technique, initialement développée pour les canaux 4 (10,3  $\mu\text{m}$ –11,3  $\mu\text{m}$ ) et 5 (11,5  $\mu\text{m}$ –12,5  $\mu\text{m}$ ) de l'instrument AVHRR (Advanced Very High Resolution Radiometer) de la NOAA est appelée split-window, et peut être utilisée pour mesurer les températures de surface. De nombreuses variantes ont été développées depuis. Nous n'étudierons ici qu'une version idéalisée. Compte-tenu de la largeur des canaux AVHRR, on travaille sur des quantités spectrales intégrées dans une bande, mais on suppose que sa largeur assez faible pour pouvoir considérer la fonction de Planck constante dans cette bande.

**Q 1 :** Déterminer les nombres d'onde centraux des deux canaux de l'instrument.

**Q 2 :** Rappeler l'expression de la luminance de bande  $L_\lambda^\uparrow$  mesurée par l'instrument à une longueur d'onde  $\lambda$  l'épaisseur optique  $\tau_\lambda$  (avec pour origine le haut de l'atmosphère). On note  $T_S$  la température de la surface supposée émettre comme un corps noir et  $\tau_{\lambda,S}$  l'épaisseur optique totale de l'atmosphère. La température de brillance  $T_\lambda$  est définie par  $L_\lambda^\uparrow = B_\lambda(T_\lambda)$ .

Reformuler cette expression avec comme coordonnée verticale la transmission notée  $\mathcal{T}_\lambda = \exp(-\tau_\lambda)$  entre le niveau caractérisé par  $\tau_\lambda$  et le haut de l'atmosphère sous la forme :

$$L_\lambda^\uparrow = B_\lambda(T_S)\mathcal{T}_{\lambda,S} + \int_{\mathcal{T}_{\lambda,S}}^1 B_\lambda(T_{\mathcal{T}_\lambda}) d\mathcal{T}_\lambda \quad (11)$$

où  $\mathcal{T}_{\lambda,S}$  désigne la transmission de toute l'atmosphère. L'exprimer enfin en fonction de l'absorption  $\mathcal{A}_\lambda = 1 - \mathcal{T}_\lambda$ .

**Q 3 :** On considère la fenêtre infra-rouge 8  $\mu\text{m}$ –12  $\mu\text{m}$  comme parfaitement transparente. Que représente alors la température de brillance mesurée ? Justifier à l'aide de l'expression (11).

**Q 4 :** On considère de nouveau  $\mathcal{T}_{\lambda,S} < 1$ , mais on suppose l'atmosphère isotherme à la température  $T_A$ . Donner l'expression de  $L_\lambda^\uparrow$  en fonction de  $T_S$ ,  $T_A$  et  $\mathcal{T}_{\lambda,S}$ . Commenter suivant les valeurs de la transmission.

**Q 5 :** Indiquer les limites des canaux 4 et 5 sur la figure 6 et estimer leurs transmissions moyennes. Que peut-on dire de l'épaisseur optique totale de la vapeur d'eau dans ces deux canaux ? En déduire l'expression simplifiée de  $L_\lambda^\uparrow$  en fonction des épaisseurs optiques. Quels sont les niveaux verticaux contribuant majoritairement au signal mesuré par le satellite ?

**Q 6 :** La figure 7 montre avec plus de précision quel canal présente le moins d'absorption par la vapeur d'eau. La méthode split-window consiste à découper la fenêtre en deux domaines (canaux) présentant des absorptions résiduelles par la vapeur d'eau différentes et à exploiter cet écart pour éliminer l'influence du terme atmosphérique dans l'équation (11). On mesure la luminance à deux longueurs d'ondes distinctes dans la fenêtre IR où les transmissions sont très peu différentes et très fortes. Le seul absorbant atténuant légèrement le signal est la vapeur d'eau.

On suppose que l'épaisseur réduite de vapeur d'eau est de 20 m. En déduire le contenu de vapeur d'eau de la colonne atmosphérique, en nombre de molécules par unité de surface ( $N_{\text{H}_2\text{O}}$ ), puis en masse par unité de surface ( $W_{\text{H}_2\text{O}}$ ). À l'aide de la figure 7, en déduire l'absorption totale associée  $\mathcal{A}_{\lambda,S}$  pour les deux canaux. Est-on en absorption faible ou forte ? Exprimer la transmission en fonction de la quantité intégrée de vapeur d'eau. Comment simplifier l'expression de la transmission obtenue ?

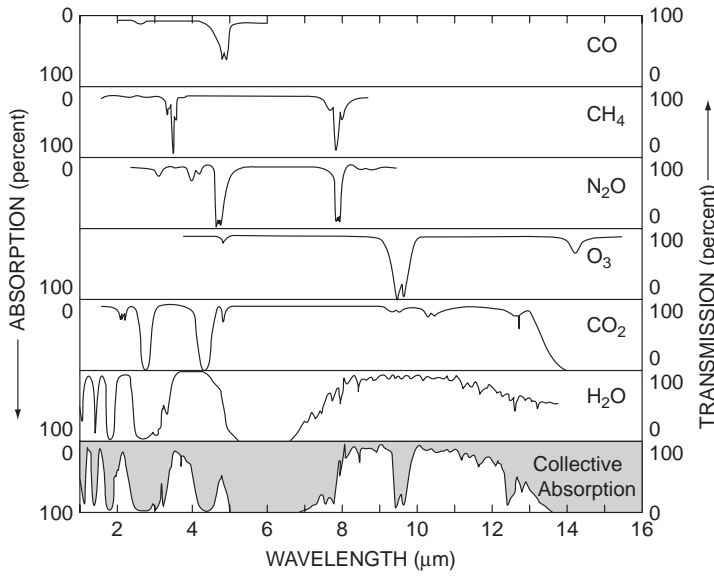


FIGURE 6 – Transmission de l’ensemble de l’atmosphère dans le domaine infra-rouge

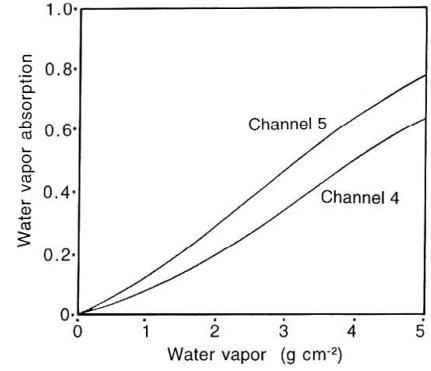


FIGURE 7 – Absorption par la vapeur d’eau dans les canaux 4 et 5 du radiomètre AVHRR,  $\mathcal{A}_4$  et  $\mathcal{A}_5$ , en fonction du contenu en masse total en vapeur d’eau  $W_{H_2O}$ .

**Q 7 :** Pour se rapprocher de la formulation de la question 4 dans le cas où l’atmosphère n’est pas isotherme, on définit une température moyenne  $\bar{T}_\lambda$  de brillance de l’atmosphère par :

$$B_\lambda(\bar{T}_\lambda) = \frac{\int_{\mathcal{T}_{\lambda,\text{surf}}}^1 B_\lambda(T) d\mathcal{T}_\lambda}{1 - \mathcal{T}_{\lambda,\text{surf}}} \quad (12)$$

Reprendre l’expression établie en Q 2 en fonction de la température moyenne de brillance de l’atmosphère.

Compte tenu des faibles absorptions, on admet que la température  $\bar{T}_\lambda$  est indépendante de la longueur d’onde choisie dans la fenêtre et on la note  $\bar{T}$ .

**Q 8 :** Montrer que, pour chaque canal, on peut reformuler l’expression de  $L_\lambda^\uparrow$  sous la forme

$$B_\lambda(T_S) - B_\lambda(T_\lambda) = (B_\lambda(T_S) - B_\lambda(\bar{T})) (1 - \mathcal{T}_{\lambda,S}) \quad (13)$$

où la température de brillance  $T_\lambda$  est déduite de la mesure par  $L_\lambda^\uparrow = B_\lambda(T_\lambda)$ .

Sachant que la transmission est proche de 1 et que l’absorption se produit dans les très basses couches, toutes les températures de l’équation (13) sont voisines et on peut donc linéariser les différences de fonction de Planck autour de  $\bar{T}_\lambda$ . En déduire que pour chaque canal,

$$T_S - T_\lambda = (T_S - \bar{T}_\lambda)(1 - \mathcal{T}_{\lambda,S}) \quad (14)$$

Que devient cette expression dans le cas d’une absorption faible ?

**Q 9 :** Il s’agit maintenant d’éliminer la température  $\bar{T}_\lambda$  non mesurée, dans l’hypothèse où elle est indépendante de  $\lambda$  compte tenu de l’absorption faible et de la proximité des canaux. Si on note  $T_4$  et  $T_5$  les températures de brillance mesurées des 2 canaux, donner l’expression du rapport des deux écarts  $(T_S - T_4)/(T_S - T_5)$  en fonction des absorptions  $\mathcal{A}_4$  et  $\mathcal{A}_5$ . En déduire  $T_S$ .

**Q 10 :** Dans le cas d’une absorption faible, on assimile les courbes de la figure 7 à des droites. Montrer qu’alors le contenu en vapeur d’eau n’influence pas le calcul de la température de surface en l’exprimant en fonction des coefficients d’absorption  $k_4 = \mathcal{A}_4/W_{H_2O}$  et  $k_5 = \mathcal{A}_5/W_{H_2O}$  par unité de masse dans la colonne.

## 2.2 Restitution du profil de température dans les bandes du $CO_2$

On s’intéresse à la restitution du profil de température atmosphérique déduit d’un instrument passif (sondeur) mesurant le rayonnement dans le domaine infra-rouge tellurique depuis l’espace. On considère ici seulement des visées à la verticale vers la surface (visée au nadir).

**Q 1 :** Exprimer la luminance monochromatique mesurée par l'instrument à un nombre d'onde  $\nu'$ , soit  $L_{\nu'}^{\uparrow}(z = \infty)$ . On désignera l'épaisseur optique verticale par la lettre  $\tau_{\nu'} = \tau_{\nu'}(z, \infty)$  et la transmission par  $\mathcal{T}_{\nu'}$ .

**Q 2 :** On introduit la fonction de poids monochromatique :

$$W_{\nu'}(h) = \frac{d}{dh} (\mathcal{T}_{\nu'}(h, \infty)) \quad (15)$$

où  $h$  représente une coordonnée verticale l'altitude, la pression ou le logarithme de la pression. Exprimer à nouveau la luminance monochromatique mesurée au niveau du satellite.

**Q 3 :** Pour analyser les variations de température avec l'altitude, on se place dans le domaine de l'absorption d'un gaz de rapport de mélange à peu près constant sur toute l'atmosphère. C'est le cas du  $\text{CO}_2$ . On choisit sa bande d'absorption autour de  $15 \mu\text{m}$  (Figure 6), utilisée sur les satellites de la NOAA depuis les années 1970. Compte-tenu du spectre d'absorption du  $\text{CO}_2$  représenté sur la figure 8 et du profil vertical de température atmosphérique, expliquer l'allure de la luminance spectrale dans la bande des  $15 \mu\text{m}$  (figure 9).

Au vu des réponses spectrales des canaux AVHRR (figure 10), expliquer qualitativement à partir des formes prises par les transmissions des différents canaux, pourquoi l'altitude du pic de la fonction de poids est maximale au centre de la raie et s'abaisse lorsque le nombre d'onde s'éloigne de celui du centre de la raie ?

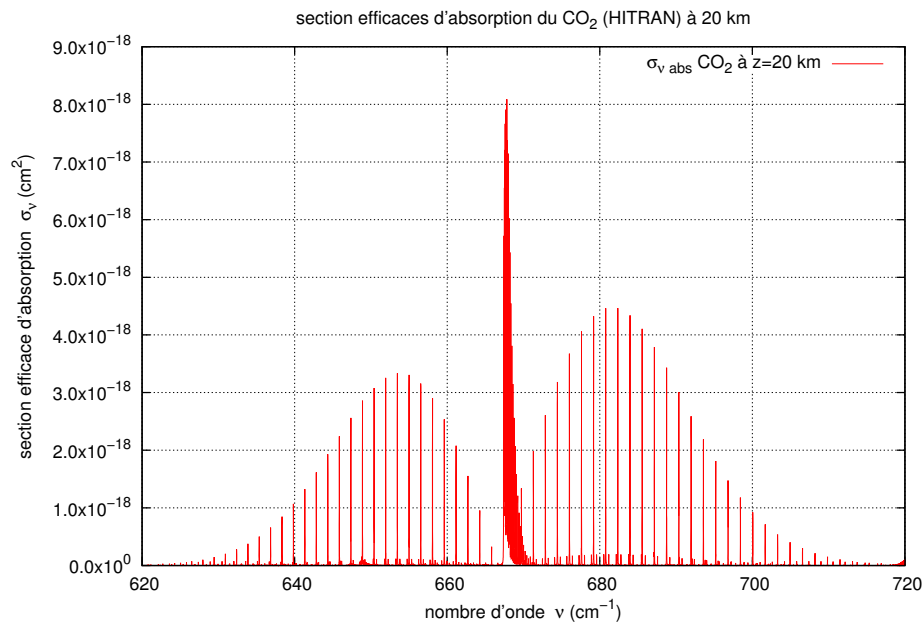


FIGURE 8 – Section efficace d'absorption du  $\text{CO}_2$  à 20 km autour de  $15 \mu\text{m}$  en fonction du nombre d'onde.

**Q 4 :** Ce résultat intuitif va être retrouvé analytiquement.

Le coefficient d'absorption sera pris peu dépendant de la pression et de la température. Déterminer l'altitude du maximum de la fonction de poids en fonction de l'échelle de hauteur  $H$  de l'atmosphère, du coefficient monochromatique d'absorption massique, et de la masse volumique de l'air en surface.

**Q 5 :** Expliquer pourquoi les expressions monochromatiques ne sont qu'une approximation et qu'il est nécessaire de raisonner en «bandes spectrales».

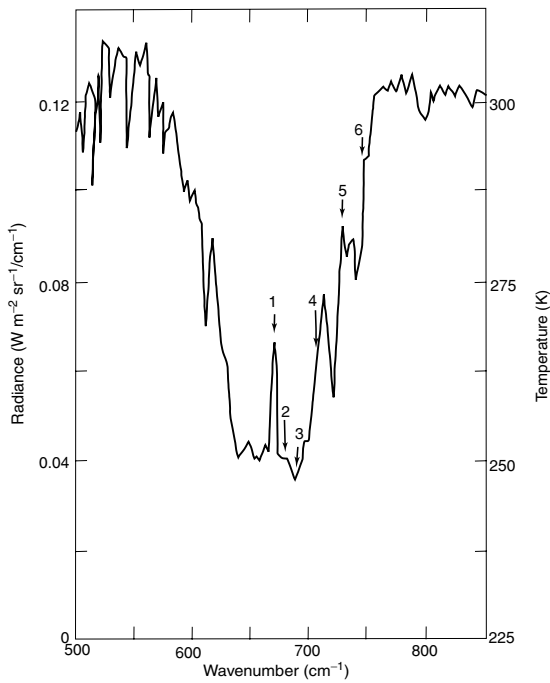


FIGURE 9 – Positions des six canaux de l’instrument Vertical Temperature Profile Radiometer (VTPR) à bord des satellites NOAA2 à NOAA5, sur la courbe de la luminance monochromatique sortante au sommet de l’atmosphère. Noter la double échelle : luminance spectrale à gauche et température de brillance à droite.

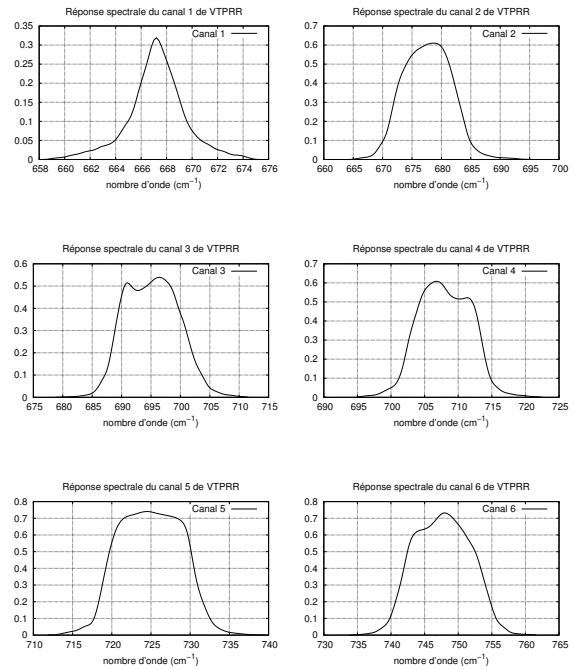


FIGURE 10 – Réponses spectrales des canaux 1 à 6 du radiomètre VTPR : noter que le canal 1 est beaucoup plus étroit que les autres.

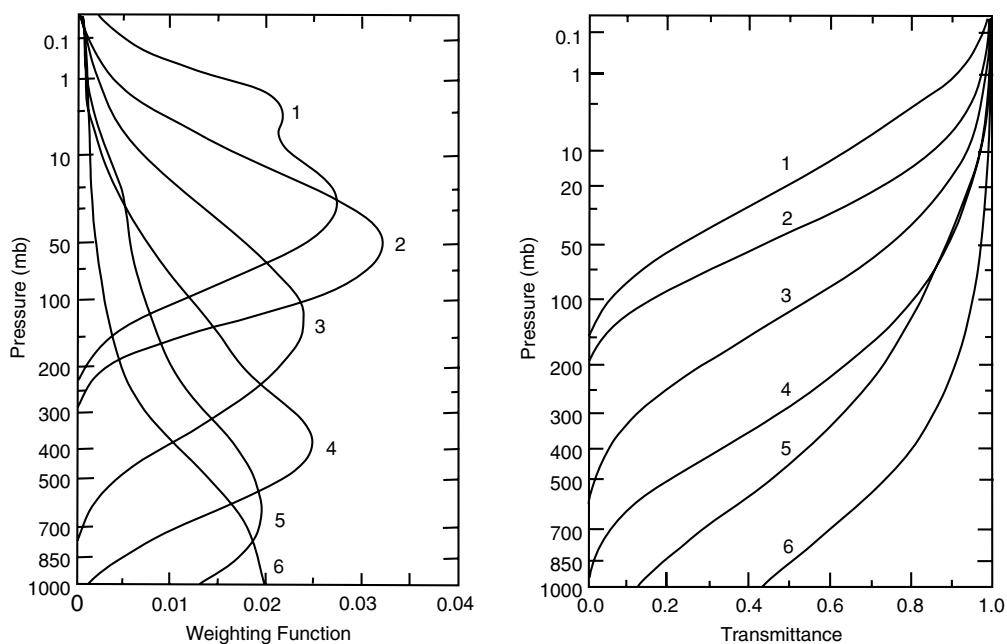


FIGURE 11 – Fonctions de poids  $W_{\nu}(p)$  (à gauche) des 6 canaux VTPR et leurs transmissions (à droite) en fonction de la pression, représentée en échelle logarithmique : l’axe vertical est proche d’une échelle d’altitude.