

Rayonnement et télédétection

François Ravetta Laurence Picon Jean-Christophe Raut Jacques Lefrère

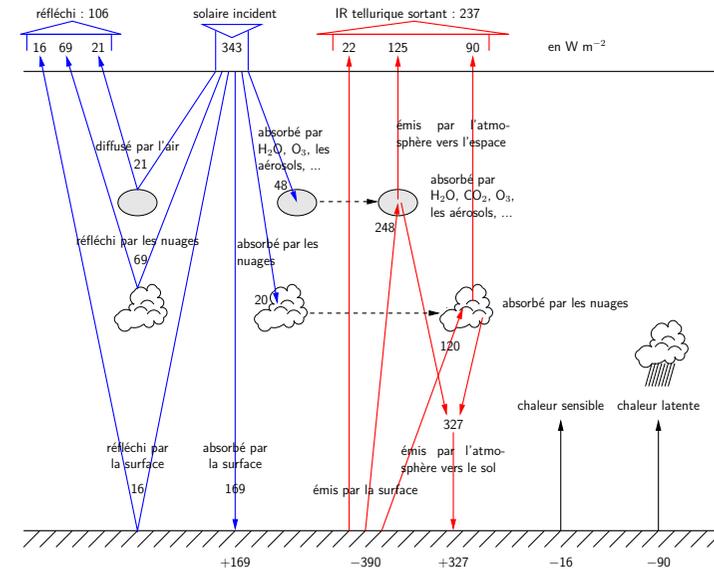
Sorbonne Université
Master 1

janvier 2023

Plan du chapitre radiométrie

- 1 Grandeurs géométriques
 - Angle solide Ω
 - Étendue géométrique d'un faisceau
- 2 Grandeurs radiométriques
 - Flux énergétique Φ
 - Luminance énergétique L
 - Intensité énergétique I
 - Émittance énergétique M
 - Éclairement énergétique E'
 - Flux surfaciques orientés F^\uparrow et F^\downarrow à travers un plan
 - Énergie volumique e et flux sphérique q
 - Énergie électromagnétique volumique e
 - Flux sphérique
 - Résumé des relations entre grandeurs énergétiques

Introduction : bilan radiatif global



Ch. I Radiométrie

I.1. Grandeurs géométriques

I.1.1 Angle solide Ω

Angle solide : définition

Définition

L'**angle solide** Ω sous lequel est vue une surface S depuis un point A est l'aire de la calotte sphérique Σ_1 découpée dans la sphère de rayon unité centrée en A par les rayons issus de A et s'appuyant sur le bord de la surface S . Il ne dépend que du cône de sommet A ainsi défini.

Angle solide correspondant à tout l'espace : 4π .

Angle solide : exemple d'un cube

Exemple d'un cube

Sous quels angles solides voit-on l'intérieur, puis l'extérieur du cube depuis un point sur une face, une arête ou un sommet du cube ?

Indication

Partager 4π sr entre intérieur et extérieur par symétries.

Correction

point sur	$\Omega_{\text{intérieur}}$	$\Omega_{\text{extérieur}}$
face	2π	2π
arête	π	3π
sommet	$\pi/2$	$7\pi/2$

Angle solide élémentaire

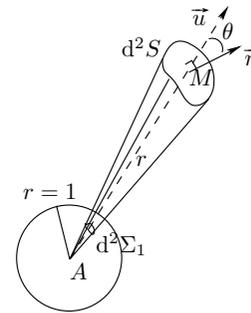


Figure 1 – Angle solide élémentaire

$$\begin{aligned} d^2\Omega &= \frac{d^2\Sigma_1}{1^2} \quad \text{puis, par homothétie} \\ &= \frac{d^2\Sigma}{r^2} = \frac{d^2S \cos \theta}{r^2} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{où } \theta = (\vec{n}, \vec{u}) = (\vec{n}, \vec{AM})$$

L'unité d'angle solide est le **stéradian (sr)**,
homogène à $\left(\frac{\text{longueur transverse}}{\text{longueur radiale}}\right)^2$, donc sans dimension.

Angle solide élémentaire en coordonnées sphériques

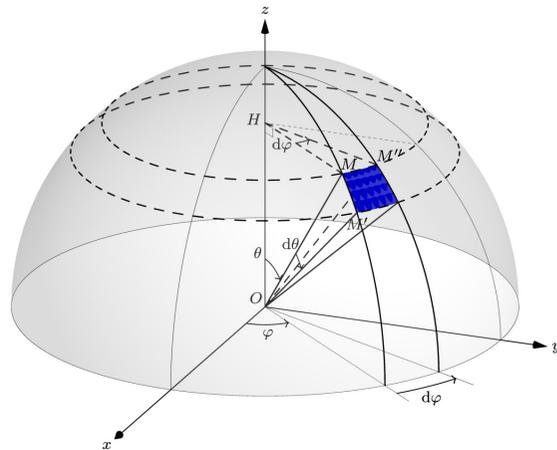


Figure 2 – Angle solide élémentaire en coordonnées sphériques

$\theta = \text{colatitude}$, $\varphi = \text{longitude}$.

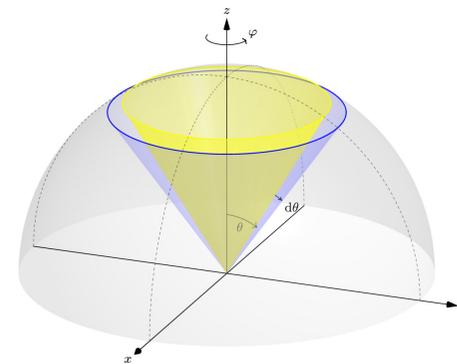
$$d^2S = d^2\Sigma = \widehat{MM'} \times \widehat{MM''}$$

$$\widehat{MM'} = OM \times d\theta = r d\theta$$

$$\widehat{MM''} = HM \times d\varphi = r \sin \theta d\varphi$$

$$d^2\Omega = \frac{d^2\Sigma}{r^2} = \sin \theta d\theta d\varphi \quad (2)$$

Angle solide défini par un cône de révolution



Angle solide défini par un cône à base circulaire de demi-angle au sommet α

Correction

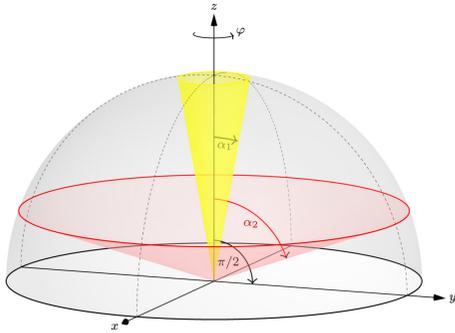
$$\Omega = \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} \int_{\theta=0}^{\alpha} \sin \theta d\theta d\varphi = 2\pi [-\cos \theta]_0^{\alpha}$$

$$\Omega = 2\pi [1 - \cos \alpha] = 4\pi \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

Ne pas projeter sur un plan, mais sur la sphère (penser au cas $\alpha = \pi/2$, figure suivante).

Figure 3 – Cône de révolution : paramétrage en (θ, φ) avec $0 \leq \theta \leq \alpha$ et $0 \leq \varphi \leq 2\pi$

Angle solide d'un cône de révolution : cas particuliers



Correction

- Petits angles : $\Omega \approx 4\pi \frac{\alpha^2}{4} = \pi\alpha^2$
- Hémisphère ($\alpha = \pi/2$) : $\Omega_{1/2} = 2\pi$.
- Tout l'espace ($\alpha = \pi$) : $\Omega = 4\pi$ surface de la sphère unité.

Figure 4 – Cas extrêmes du cône : α_1 petit (jaune), $\alpha_2 \rightarrow \pi/2$ (rouge) et $\alpha = \pi/2$ (noir). Si $\alpha > \pi/2$, le cône pénètre dans l'hémisphère sud : α est obtus et 2α est rentrant.

Étendue géométrique d'un faisceau

Dans un milieu homogène (indice uniforme), la propagation est rectiligne. Deux surfaces élémentaires en regard, d^2S sur la source et d^2S' sur le récepteur, à distance D grande devant les dimensions des surfaces déterminent un tube de lumière élémentaire (fig. 5).

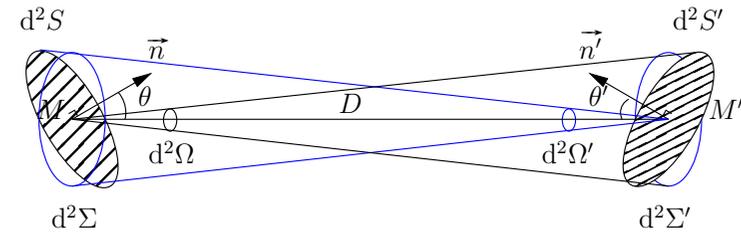


Figure 5 – Étendue géométrique d'un faisceau élémentaire

$$d^2\Omega = \frac{d^2S' \cos \theta'}{D^2} = \frac{d^2\Sigma'}{D^2} \quad d^2\Omega' = \frac{d^2S \cos \theta}{D^2} = \frac{d^2\Sigma}{D^2}$$

Étendue géométrique d'un faisceau : expression

Définition

L'**étendue géométrique**, d^4U , du faisceau élémentaire est définie par :

$$d^4U = d^2S \cos \theta d^2\Omega = \frac{d^2\Sigma d^2\Sigma'}{D^2} = d^2S' \cos \theta' d^2\Omega' \quad (\text{en m}^2 \text{ sr}) \quad (3)$$

Pour tenir compte de l'indice n de réfraction du milieu (de la même façon qu'on déduit le chemin optique du chemin géométrique), on définit l'étendue optique, $d^4O = n^2 d^4U$. En vertu des lois de la réfraction (Snell-Descartes), l'étendue optique est conservée dans un système optique. Dans un milieu homogène, l'étendue géométrique est donc conservée.

Étendue géométrique d'un faisceau (fin)

Pour une source étendue, $d^2U = \iint_{M \in S} d^2S \cos \theta d^2\Omega(M)$.

Si D est assez grande devant les dimensions de S pour que l'angle solide $d^2\Omega$ reste indépendant de la position du point M sur S , $d^2U = \Sigma d^2\Omega$.

Faisceau Soleil-Terre

Étendue géométrique du faisceau lumineux

- issu du Soleil (rayon R_S)
- et intercepté par la Terre (rayon R_T)

$R_S, R_T \ll D_{TS} \Rightarrow$ l'expression de l'étendue élémentaire est suffisante.

$$U = \frac{\Sigma_S \Sigma_T}{D^2} = \frac{\pi^2 R_S^2 R_T^2}{D^2} \approx 8,8 \times 10^9 \text{ m}^2 \text{ sr}$$

Flux énergétique Φ I

Flux énergétique Φ en W : puissance du rayonnement électromagnétique émis par une source, transporté par un faisceau ou intercepté par un récepteur.

Répartition spectrale du flux :

$$\text{en longueur d'onde } \phi_\lambda = \left| \frac{d\Phi}{d\lambda} \right| \text{ en W m}^{-1}$$

$$\text{en fréquence } \phi_\nu = \left| \frac{d\Phi}{d\nu} \right| \text{ en W Hz}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \Rightarrow d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu$$

$$\phi_\lambda = \left| \frac{d\Phi}{d\lambda} \right| = \left| \frac{d\Phi}{d\nu} \right| \left| \frac{d\nu}{d\lambda} \right| = \frac{\nu^2}{c} \phi_\nu \text{ et } \boxed{\phi_\nu = \frac{\lambda^2}{c} \phi_\lambda}$$

Donc la longueur d'onde du maximum de ϕ_ν est décalée vers les grandes longueurs d'onde par rapport à celle du maximum de ϕ_λ .

Flux énergétique Φ II

Le flux énergétique dans la bande de longueur d'onde $[\lambda_1, \lambda_2]$ par exemple, est donné par :

$$\Phi_{[\lambda_1, \lambda_2]} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \phi_\lambda d\lambda$$

La notion de répartition spectrale introduite pour le flux s'applique aussi aux quantités énergétiques définies plus loin.

Luminance énergétique L

Définition

On définit la **luminance énergétique** L (**radiance** en anglais) comme le flux par unité d'étendue géométrique :

$$L = \frac{d^4\Phi}{d^4U} = \frac{d^4\Phi}{d^2S \cos \theta d^2\Omega} = \frac{d^4\Phi}{d^2\Sigma d^2\Omega} \text{ en W m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \quad (4)$$

L est la puissance émise par unité d'angle solide et par unité de surface *normale* à la direction d'émission.

En général, L dépend de la direction (θ, φ) .

Une source est dite **lambertienne** si L est indépendante de la direction d'émission (θ, φ) .

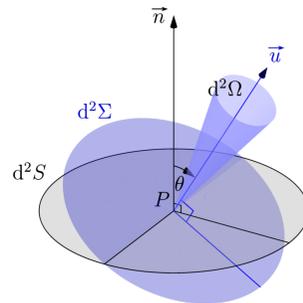


Figure 6 – Définition de la luminance $L(P, \vec{u})$

Intensité énergétique I

Définition

L'**intensité énergétique** (**radiant intensity** en anglais) dans une direction \vec{u} est le flux énergétique émis par unité d'angle solide autour de cette direction (par l'ensemble de la source)

$$I(\vec{u}) = \frac{d^2\Phi}{d^2\Omega} \text{ (en W sr}^{-1}\text{)} \quad (5)$$

L'intensité émise par une surface élémentaire d^2S s'écrit en fonction de sa luminance : $d^2I(\vec{u}) = \frac{d^4\Phi}{d^2\Omega} = L d^2\Sigma = L d^2S \cos \theta$.
L'intensité émise par une surface finie s'obtient par intégration :

$$I = \iint_S d^2I = \iint_S L \cos \theta d^2S \quad (6)$$

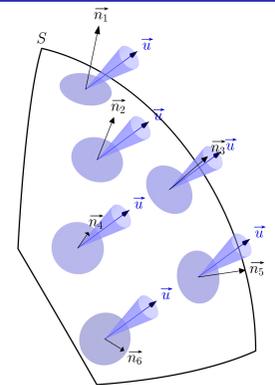


Figure 7 – Géométrie de définition de l'intensité $I(\vec{u})$ émise par S

Intensité énergétique : indicatrice d'émission, cas du flux parallèle

Définition

L'**indicatrice d'émission** est le lieu que décrit l'extrémité P du vecteur \overrightarrow{MP} issu du point M de direction \vec{u} et de module $I(\vec{u})$.

Si la surface est **lambertienne**, $I(\theta) = I(0) \cos \theta$. L'indicatrice d'émission est alors une **sphère tangente à la surface** au point considéré et de diamètre $I(\theta = 0)$.

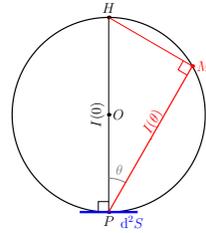


Figure 8 – Coupe de l'indicatrice d'émission d'une surface lambertienne

Cas du flux parallèle

Noter que le cas d'un flux parallèle (par exemple rayonnement solaire incident sur la Terre) présente une singularité en terme de répartition angulaire : sa luminance et son intensité sont nulles dans toutes les directions, sauf une où elles sont infinies. Elles peuvent être représentées comme le produit de deux distributions de Dirac selon les deux angles θ et φ . On utilise donc rarement ces grandeurs pour décrire un flux parallèle.

Émittance énergétique M

Définition

L'**émittance énergétique**, ou **exitance (radiant emittance en anglais)** en un point de la source est le flux énergétique émis (dans toutes les directions) par unité de surface **réelle**.

$$M = \frac{d^2\Phi}{d^2S} \quad (\text{en } \text{W m}^{-2}) \quad (7)$$

L'émittance élémentaire d^2M dans un angle solide $d^2\Omega$ s'écrit en fonction de la luminance : $d^2M = \frac{d^4\Phi}{d^2S} = L \cos \theta d^2\Omega$. L'émittance hémisphérique s'obtient par intégration sur le demi-espace :

$$M = \iint_{2\pi} d^2M = \iint_{2\pi} L \cos \theta d^2\Omega \quad (8)$$

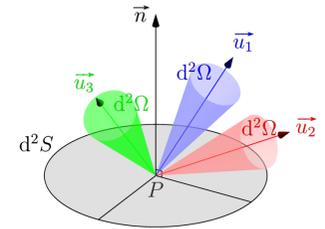


Figure 9 – Géométrie de définition de l'émittance

Émittance énergétique

Émission dans un cône de révolution

Puissance émise dans un cône de révolution

On considère une source *plane* de surface infinitésimale d^2S qui émet dans un cône de révolution d'axe z normal à la surface et d'angle au sommet 2α .

En coordonnées sphériques centrées sur l'émetteur et d'axe z ,

$$d^2\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$$

$$d^2M = L \cos \theta d^2\Omega = L \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi$$

$$M = \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} \int_{\theta=0}^{\alpha} L \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi$$

Si L est indépendant de φ , $M = 2\pi \int_{\theta=0}^{\alpha} L \cos \theta \sin \theta d\theta$

Si de plus, L est indépendant de θ ,

$$M = \pi L \int_{\theta=0}^{\alpha} d(\sin^2 \theta) = \pi L \sin^2 \alpha$$

Émittance énergétique

Remarque et cas lambertien

Remarque

Comme l'angle solide sous-lequel se fait l'émission vaut $\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha)$,

$$M = L\Omega \cos^2(\alpha/2) \neq L\Omega \quad \text{sauf si } \alpha \text{ est faible}$$

Avec une source plane, l'angle entre la normale à la surface et la direction d'émission introduit un facteur $\cos \theta$ dans l'intégrande, responsable du coefficient $\cos^2(\alpha/2)$.

Cas lambertien

Dans le cas d'une émission hémisphérique **lambertienne** ($\Omega = 2\pi$),

$$M = \pi L \quad (9)$$

Éclairement énergétique E'

Définition

L'**éclairement énergétique** (**irradiance** en anglais) est le flux reçu par unité de surface réelle (issu de toutes les directions). C'est, pour le récepteur, l'analogie de l'émittance pour l'émetteur.

$$E' = \frac{d^2\Phi_r}{d^2S'} \quad (\text{en } \text{W m}^{-2}) \quad (10)$$

L'éclairement énergétique sous un angle solide $d^2\Omega'$ s'écrit en fonction de la luminance : $d^2E' = \frac{d^4\Phi}{d^2S'} = L \cos \theta' d^2\Omega'$. L'éclairement hémisphérique s'obtient par intégration sur le demi-espace :

$$E' = \iint_{2\pi} d^2E' = \iint_{2\pi} L \cos \theta' d^2\Omega' \quad (11)$$

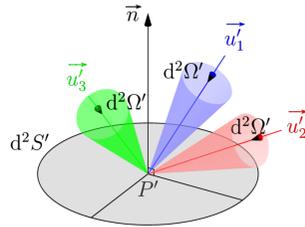


Figure 10 – Géométrie de définition de l'éclairement

Flux surfaciques orientés F^\uparrow et F^\downarrow à travers un plan semi-transparent I

Dans l'atmosphère homogène horizontalement, on introduit des flux verticaux orientés par unité de surface, F^\uparrow et F^\downarrow à travers un plan horizontal pour établir des bilans énergétiques couche par couche. Le flux surfacique F traversant un plan horizontal s'écrit :

$$\begin{aligned} F &= \iint_{4\pi} d^2E' = \iint_{4\pi} L \cos \theta' d^2\Omega' \\ &= \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} L(\theta, \varphi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi \end{aligned}$$

où θ est l'angle par rapport à la verticale ou angle zénithal. Changement de variable : $\mu = \cos \theta \Rightarrow d\mu = -\sin \theta d\theta$.

$$F = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\mu=-1}^1 L(\mu, \varphi) \mu d\mu d\varphi$$

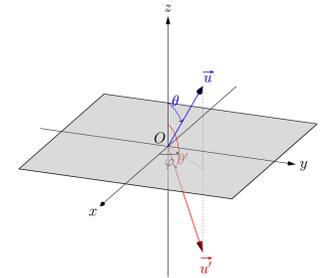


Figure 11 – Définition des flux surfaciques verticaux

Flux surfaciques orientés F^\uparrow et F^\downarrow à travers un plan semi-transparent II

Décomposition du flux net F en **flux montant** F^\uparrow et **flux descendant** F^\downarrow : $F = F^\uparrow - F^\downarrow$

$$F^\uparrow = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\mu=0}^1 L(\mu, \varphi) \mu d\mu d\varphi \quad (12)$$

$$F^\downarrow = - \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\mu=-1}^0 L(\mu, \varphi) \mu d\mu d\varphi$$

Changement de variable $\mu' = |\mu|$.

$$F^\downarrow = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\mu=0}^1 L(-\mu, \varphi) \mu d\mu d\varphi \quad (13)$$

Dans le cas d'un rayonnement **isotrope**, la luminance est indépendante de la direction et $F^\uparrow = \pi L = F^\downarrow$, donc le flux net F est nul.

Énergie électromagnétique volumique e

L'énergie rayonnée dans un angle solide $d^2\Omega$ autour de la direction \vec{u} à travers la surface $d^2\Sigma$ orthogonale à \vec{u} pendant une durée dt est la fraction de l'énergie électromagnétique contenue dans le volume cylindrique $d^2\Sigma c dt$ qui se propage dans la direction $d^2\Omega$ autour de \vec{u} :

$$L d^2\Sigma d^2\Omega dt = \frac{d^2e}{d^2\Omega} d^2\Sigma c dt$$

où e est **l'énergie par unité de volume** en Jm^{-3} .

Donc $d^2e = \frac{L}{c} d^2\Omega$ et

$$e = \iint_{4\pi} \frac{L}{c} d^2\Omega \quad (14)$$

Dans le cas d'un rayonnement isotrope, $e = \frac{4\pi L}{c}$.

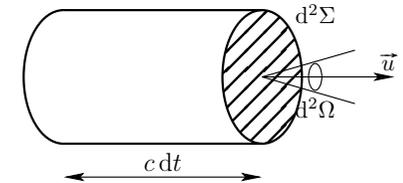


Figure 12 – Énergie rayonnée pendant la durée dt à travers la surface élémentaire $d^2\Sigma$ dans la direction \vec{u} à $d^2\Omega$ près.

Flux sphérique q

Le **flux sphérique** ou **flux actinique**, q est la puissance par unité de surface qui permet d'évaluer les interactions du rayonnement avec les molécules assimilées à des sphères quasi-ponctuelles. Il prend donc en compte *également* toutes les directions incidentes.

Le **flux sphérique**, q , est la limite de la puissance reçue de toutes les directions par unité de surface $d^2\Sigma$ perpendiculaire au rayonnement par une sphère dont le rayon tend vers 0.

$$q = \iint_{4\pi} L d^2\Omega' = ec \quad (15)$$

Dans le cas où le rayonnement est isotrope, $q = ec = 4\pi L$.

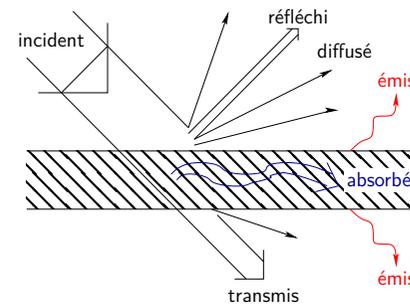
Relations entre grandeurs énergétiques

À traiter en exercice : résumer sur une page les différentes grandeurs énergétiques introduites avec leurs unités, le schéma de la géométrie éventuellement associée et les relations (intégration, dérivation) entre elles. Préciser le cas particulier lambertien.

Plan du chapitre Corps Noir

- 1 Définition, propriétés du Corps Noir
 - Processus d'interaction rayonnement-matière
 - Définition du Corps Noir
 - Propriétés du Corps Noir
 - Loi de Kirchhoff – émissivité
- 2 Luminance du Corps Noir
 - Loi de Planck : luminances spectrales
 - Luminance et émittance énergétiques totales : loi de Stefan
 - Loi de Wien : déplacement du maximum de B_λ
 - Déplacement du maximum de B_ν
 - Formes asymptotiques de la loi de Planck
- 3 Remarque concernant la loi de Kirchhoff
 - Moyennes hémisphériques à λ fixé : $\Rightarrow \varepsilon(\lambda)$ et $k(\lambda)$
 - Moyennes des quantités spectrales hémisphériques sur le spectre
 - Exemple d'un corps sélectif froid
- 4 Températures radiatives
 - Température équivalente d'émission
 - Température monochromatique de brillance

Processus d'interaction rayonnement-matière



$$t_\lambda = \frac{\text{flux spectral transmis}}{\text{flux spectral incident}} = \text{transmission}$$

$$\rho_\lambda = \frac{\text{flux spectral réfléchi}}{\text{flux spectral incident}} = \text{coefficient de réflexion}$$

$$k_\lambda = \frac{\text{flux spectral absorbé}}{\text{flux spectral incident}} = \text{coefficient d'absorption}$$

Conservation du flux spectral :

$$t_\lambda + \rho_\lambda + k_\lambda = 1 \quad \forall \lambda \quad (16)$$

Définition du Corps Noir

Définition

Le **Corps Noir** est un corps idéal qui, à toutes les longueurs d'onde, absorbe tout le rayonnement incident, quelle que soit sa direction d'incidence, sans transmettre, sans réfléchir ni diffuser :

$$\forall \lambda, \quad \forall \varphi, \quad \forall \theta, \quad k_\lambda(\theta, \varphi) = 1 \quad (17)$$

où k_λ est le coefficient d'absorption du rayonnement (ou absorptivité) à la longueur d'onde λ .

À la température ambiante, il ne réfléchit pas la lumière et n'émet pas dans le domaine visible ; il apparaît donc noir. Mais au fur et à mesure qu'il est porté à une température plus élevée, il émet d'abord dans le rouge, puis dans tout le visible, ce qui lui donne un aspect blanc. On réalise une bonne approximation du Corps Noir avec une enceinte solide isotherme fermée vide et imperméable au rayonnement ; on ménage un petit orifice dans l'enceinte pour pouvoir mesurer ou utiliser le rayonnement du Corps Noir.

Propriétés du Corps Noir

- le rayonnement du Corps Noir est
 - indépendant de la nature et de la forme des parois ;
 - non polarisé et indépendant de l'orientation par rapport à \vec{n} , la normale à la surface ;
- la luminance spectrale du Corps Noir
 - est uniforme (indépendante de la position du point M) ;
 - est une fonction universelle $B_\lambda = B_\lambda(\lambda, T)$ de la température absolue T et de la longueur d'onde λ .

⇒ le rayonnement du Corps Noir suit la loi de Lambert et

$$I_\lambda(\theta) = I_\lambda(0) \cos \theta \quad \text{où } \theta \text{ est l'angle d'émergence}$$

$$M_\lambda = \pi B_\lambda \quad \forall \lambda \quad \text{donc} \quad M = \pi B = \text{fct}(T)$$

Loi de Kirchhoff – émissivité I

Considérons l'équilibre thermodynamique entre un Corps Noir et un corps quelconque Q placé dans la cavité du Corps Noir à température T . Dans le vide, les échanges sont radiatifs.

Équilibre du corps Q : $\Phi_{\text{émise}} = \Phi'_{\text{absorbée}}$.

Soient $d^5\Phi_\lambda$ et $d^5\Phi'_\lambda$ les flux élémentaires émis et absorbé par le corps Q dans un tube élémentaire reliant Q et le C.N. d'étendue d^4U et dans le domaine spectral $d\lambda$.

$$\iiint\iiint_U \int_\lambda (d^5\Phi_\lambda - d^5\Phi'_\lambda) = 0$$

Si L_λ est la luminance spectrale du corps Q et B_λ celle du Corps Noir,

$$d^5\Phi_\lambda = L_\lambda d^4U d\lambda \quad \text{et} \quad d^5\Phi'_\lambda = k_\lambda B_\lambda d^4U d\lambda$$

où k_λ est le coefficient d'absorption spectral et directionnel du corps Q.

Loi de Kirchhoff – émissivité II

Définition

L'**émissivité** (spectrale et directionnelle) d'un corps comme le rapport de sa luminance spectrale à celle du Corps Noir à la même température.

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, \theta, \varphi) = \frac{L_\lambda(\lambda, \theta, \varphi)}{B_\lambda(\lambda, T)} \quad (18)$$

Comme les deux corps sont à la même température,

$$\iiint\iiint_U \int_\lambda (d^5\Phi_\lambda - d^5\Phi'_\lambda) = \iiint\iiint_U \int_\lambda (\varepsilon_\lambda - k_\lambda) B_\lambda d^4U d\lambda = 0$$

comme la géométrie des corps est arbitraire,

$$\int_\lambda (\varepsilon_\lambda - k_\lambda) B_\lambda d\lambda = 0 \quad \forall(\theta, \varphi)$$

Loi de Kirchhoff – émissivité III

comme la température des corps est arbitraire,

$$\forall \lambda, \theta, \varphi \quad \varepsilon_\lambda(\lambda, \theta, \varphi) = k_\lambda(\lambda, \theta, \varphi) \quad \text{loi de Kirchhoff} \quad (19)$$

Égalité pour les quantités **spectrales et directionnelles**,

pas forcément vérifiée pour les quantités totales ou hémisphériques.

Dans le cas du Corps Noir, $\varepsilon_\lambda = k_\lambda = 1$.

Pour un corps quelconque à la température T , $\varepsilon_\lambda = k_\lambda \leq 1$, donc $L_\lambda \leq B_\lambda(\lambda, T)$.

À T fixée, le Corps Noir est celui qui émet le plus !

Définition

Un **corps gris** est un corps dont émissivité et coefficient d'absorption sont indépendants de la longueur d'onde.

Luminance du Corps Noir (en longueur d'onde)

$$B_\lambda(\lambda, T) = \left| \frac{dB}{d\lambda} \right| = \frac{2hc^2}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{hc}{k\lambda T}\right) - 1 \right]} \quad (\text{W m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ m}^{-1}) \quad (20)$$

où

$$\begin{aligned} h & \text{ constante de Planck} & h &= 6,626 \times 10^{-34} \text{ J s} \\ k & \text{ constante de Boltzmann} & k &= 1,38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \\ c & \text{ vitesse de la lumière} & c &= 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

$$B_\lambda(\lambda, T) = \left| \frac{dB}{d\lambda} \right| = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]}$$

où

$$C_1 = 2hc^2 \approx 1,19 \times 10^{-16} \text{ W m}^2 \text{ sr}^{-1} \quad \text{et} \quad C_2 = \frac{hc}{k} \approx 1,44 \times 10^{-2} \text{ m K}$$

Luminance du Corps Noir (en fréquence)

$$\lambda = c/\nu \Rightarrow d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu = -\frac{\lambda^2}{c} d\nu$$

$$\left| \frac{dB}{d\nu} \right| = \left| \frac{d\lambda}{d\nu} \right| \left| \frac{dB}{d\lambda} \right| = \frac{\lambda^2}{c} \left| \frac{dB}{d\lambda} \right|$$

$$B_\nu(\nu, T) = \left| \frac{dB}{d\nu} \right| = \frac{2h\nu^3}{c^2 \left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1 \right]} \quad (\text{W m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ Hz}^{-1}) \quad (21)$$

Luminance du Corps Noir (suite)

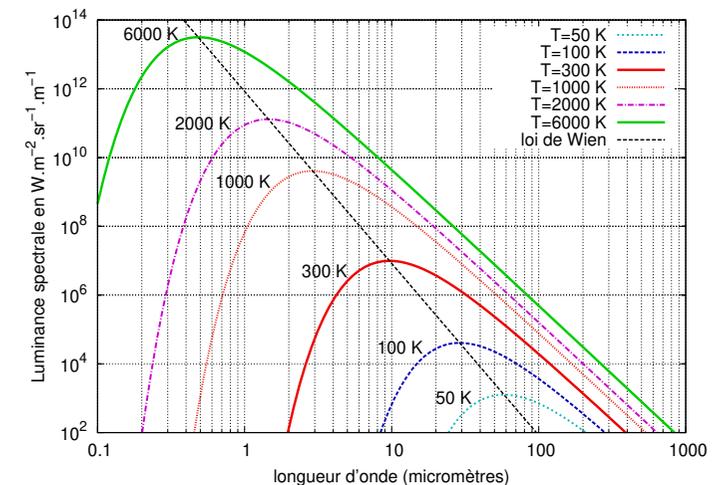


Figure 13 – Luminance spectrale du Corps Noir $B_\lambda(\lambda, T)$ à différentes températures

Luminance et émittance énergétiques totales : loi de Stefan

Luminance totale du corps noir $B = \int_0^\infty B_\lambda(\lambda, T) d\lambda = \int_0^\infty B_\nu(\nu, T) d\nu$

$$B = \frac{2h}{c^2} \int_0^\infty \frac{\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

$$\text{si } x = \frac{h\nu}{kT} \quad B = \frac{2h}{c^2} \left(\frac{kT}{h}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 2 \frac{k^4 T^4}{c^2 h^3} I \quad \text{où } I = \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

Émittance totale du CN :

$$M_B = \pi B = \sigma T^4 \quad \text{où } \sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3}$$

σ est la **constante de Stefan** : $\sigma \approx 5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$.

$$M_B = \sigma T^4 \quad \text{loi de Stefan} \quad (22)$$

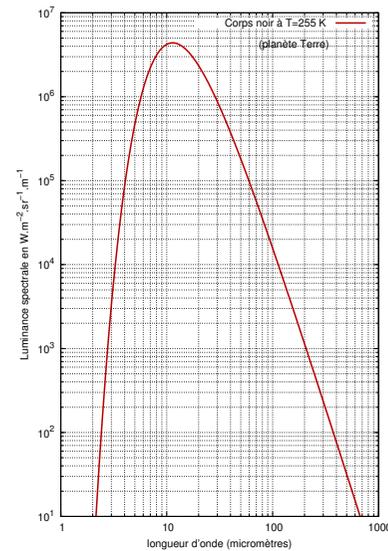
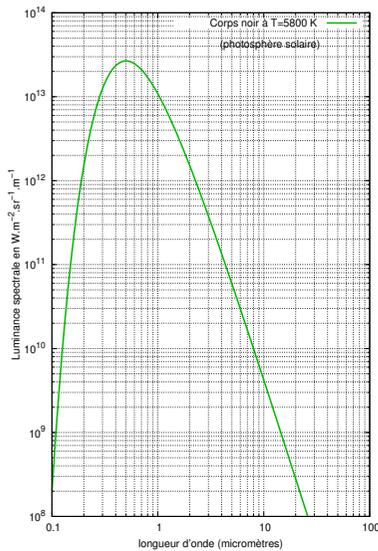


Figure 14 – Luminance du Soleil et de la planète Terre considérés comme Corps Noirs

Loi de Wien : déplacement du maximum

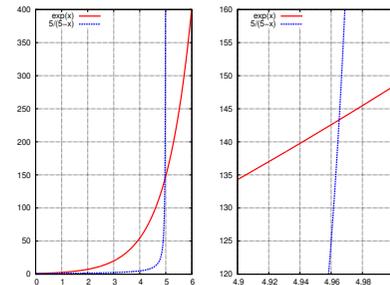
$$\frac{d(1/B_\lambda)}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 5\lambda^4 (e^{C_2/\lambda T} - 1) = \lambda^5 \frac{C_2}{\lambda^2 T} e^{C_2/\lambda T}$$

$$\text{Si } x = \frac{C_2}{\lambda T}, \quad 5(e^x - 1) = x e^x$$

L'abscisse x_0 du maximum est définie par :

$$e^{x_0} = \frac{5}{5 - x_0} \Rightarrow x_0 \approx 4,965$$

$$\lambda_{\max} T = 2898 \mu\text{m K} \quad \text{loi de Wien}$$



(23) Figure 15 – Recherche graphique de x_0 (loi de Wien en λ)

Loi de Wien : déplacement du maximum (fin)

$B_\lambda(\lambda_{\max}, T)$ ne dépend que de la température :

$$B_\lambda(\lambda_{\max}, T) = \frac{C_1 x_0^5 T^5}{C_2^5 (e^{x_0} - 1)} = \frac{5 C_1 x_0^4 T^5}{C_2^5 e^{x_0}} = b T^5 \quad \text{où } b \approx 4,1 \times 10^{-6} \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ K}^{-5} \text{ m}^{-1}.$$

Résumé : $\lambda_{\max} \propto 1/T$ $B_\lambda(\lambda_{\max}, T) \propto T^5$ $\int_0^\infty B_\lambda(\lambda, T) d\lambda \propto T^4$

Application : émission solaire et terrestre

Si on considère que la Terre et le Soleil émettent comme des corps noirs :

$$\text{Soleil } T_S \approx 5777 \text{ K} \quad \lambda_{\max}^S \approx 0,5 \mu\text{m} \quad B_\lambda(\lambda_{\max}^S, T_S) \approx 2,6 \times 10^{13} \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

$$\text{Terre } T_T \approx 288 \text{ K} \quad \lambda_{\max}^T \approx 10 \mu\text{m} \quad B_\lambda(\lambda_{\max}^T, T_T) \approx 8,1 \times 10^6 \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

$B_\lambda(\lambda_{\max}^S, T_S) / B_\lambda(\lambda_{\max}^T, T_T) \approx 3,3 \times 10^6$ mais tenir compte du facteur géométrique de dilution du flux solaire arrivant sur la Terre.

Déplacement du maximum en fréquence

La fréquence du maximum de B_ν correspond à une longueur d'onde $\lambda'_{\max} > \lambda_{\max}$.

$$\frac{dB_\nu}{d\nu} = 0 \Rightarrow 3\nu^2 (e^{h\nu/kT} - 1) = \nu^3 \frac{h}{kT} e^{h\nu/kT}$$

Si $x = \frac{h\nu}{kT}$, l'abscisse x_1 du maximum est définie par :

$$e^{x_1} = \frac{3}{3 - x_1} \Rightarrow x_1 \approx 2,82$$

$$\lambda'_{\max} T = \frac{C_2}{x_1} = 5100 \mu\text{m K}$$

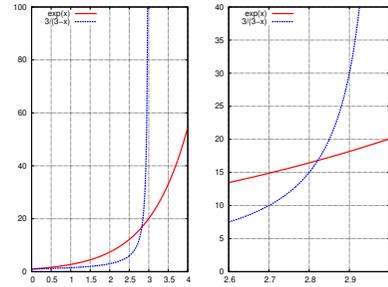


Figure 16 – Recherche graphique de x_1 (loi de Wien en ν)

Application : émission solaire et terrestre

Si on considère que la Terre et le Soleil émettent comme des Corps Noirs :

Soleil	$T_S \approx 5777 \text{ K}$	$\lambda'_{\max} \approx 0,88 \mu\text{m}$
Terre	$T_T \approx 288 \text{ K}$	$\lambda'_{\max} \approx 17,7 \mu\text{m}$

Formes asymptotiques de la loi de Planck : courtes λ (approx. de Wien)

Si $\lambda T \ll \frac{hc}{k}$ soit $h\nu \gg kT$, **approximation de Wien** : $\exp(x) \gg 1$, donc

$$B_\lambda(\lambda, T) \approx \frac{2hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{k\lambda T}}$$

$$B_\nu(\nu, T) \approx \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$

Écart inférieur à 1 % si $e^x > 100$, soit $\frac{hc}{k\lambda T} > 4,6$

$$\lambda T < 3100 \mu\text{m K}$$

Approximation utilisable jusqu'au maximum λ_{\max} de $B_\lambda(\lambda, T)$ donné par la loi de Wien.

Formes asymptotiques de la loi de Planck : grandes λ (Rayleigh-jeans)

Si $\lambda T \gg \frac{hc}{k}$ soit $h\nu \ll kT$, $e^x - 1 \approx x$, **approximation de Rayleigh-Jeans**, donc

$$B_\lambda(\lambda, T) \approx \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{k\lambda T}{hc} = \frac{2ckT}{\lambda^4} \propto \frac{T}{\lambda^4}$$

$$B_\nu(\nu, T) \approx \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{kT}{h\nu} = \frac{2kT}{c^2} \nu^2 \propto T\nu^2$$

Écart inférieur à 1 % si : $\frac{e^x - x - 1}{x} < 0,01$ soit $x < 0,018$,

$$\lambda T > 0,8 \text{ m} \times \text{K}$$

Domaine de validité restreint aux très grandes longueurs d'onde.

Exemples

Terre	$T = 288 \text{ K}$	$\lambda > 2,8 \text{ mm}$	ondes radio
Soleil	$T = 5777 \text{ K}$	$\lambda > 138 \mu\text{m}$	IR lointain

Remarque concernant la loi de Kirchhoff

La loi de Kirchhoff établit l'égalité entre émissivité et coefficient d'absorption définis à partir des luminances spectrales, donc de quantités dépendant à la fois de λ et de la direction :

$$\varepsilon(\lambda, \theta, \varphi) = k(\lambda, \theta, \varphi) \leq 1 \quad \forall \lambda, \theta, \varphi$$

Ne pas croire que cette relation vaut systématiquement pour les quantités moyennées, que ce soit sur la direction ou sur le spectre.

Quantités hémisphériques à partir d'émissances et d'éclairements spectraux

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{M(\lambda)}{M_B(\lambda)} = \frac{\iint_{\Omega=2\pi} L_\lambda(\lambda, \vec{\Omega}) \cos \theta d^2\Omega}{\iint_{\Omega=2\pi} B_\lambda(\lambda, \vec{\Omega}) \cos \theta d^2\Omega}$$

Or $B_\lambda(\lambda, \vec{\Omega}) = B_\lambda(\lambda, T)$ isotrope et $L_\lambda(\lambda, \vec{\Omega}) = \varepsilon(\lambda, \vec{\Omega}) B_\lambda(\lambda, T)$, donc

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{\iint_{\Omega=2\pi} \varepsilon(\lambda, \vec{\Omega}) \cos \theta d^2\Omega}{\iint_{\Omega=2\pi} \cos(\theta) d^2\Omega} = \frac{\iint_{\Omega=2\pi} \varepsilon(\lambda, \vec{\Omega}) \cos \theta d^2\Omega}{\pi}$$

Mais $k(\lambda)$ est défini par référence au rayonnement **incident** L'_λ pas forcément lambertien

$$k(\lambda) = \frac{\iint_{\Omega=2\pi} k(\lambda, \vec{\Omega}) L'_\lambda(\lambda, \vec{\Omega}) \cos \theta d^2\Omega}{\iint_{\Omega=2\pi} L'_\lambda(\lambda, \vec{\Omega}) \cos \theta d^2\Omega}$$

En général, $\varepsilon(\lambda) \neq k(\lambda)$

Deux conditions chacune suffisante pour l'égalité :

- surface diffuse donc émissivité et coefficient d'absorption indépendants de la direction ;
- luminance incidente lambertienne.

Quantités déduites des émissances et éclairements totaux

Émissivité globale ε obtenue par moyenne de $\varepsilon(\lambda)$ sur le spectre du Corps Noir.
Mais coefficient d'absorption k calculé en pondérant $k(\lambda)$ par l'éclairement spectral **incident**.

$$\varepsilon = \frac{M}{M_B} = \frac{\int \varepsilon(\lambda) M_B(\lambda) d\lambda}{M_B(T)} \quad k = \frac{\int k(\lambda) E'_\lambda(\lambda) d\lambda}{\int E'_\lambda(\lambda) d\lambda}$$

En général, $E'_\lambda(\lambda)$ n'est pas l'éclairement spectral **d'un corps gris à la même température que le corps qui émet**, donc $\varepsilon \neq k$.

Conditions chacune suffisante pour assurer l'égalité :

- l'éclairement est celui d'un corps gris à la même température que le corps qui émet ;
- le corps considéré est un corps gris : $\varepsilon(\lambda) = k(\lambda)$ sont indépendants de λ .

NB : les émissivités hémisphérique spectrale (et totale à une température donnée) sont des propriétés intrinsèques du matériau.

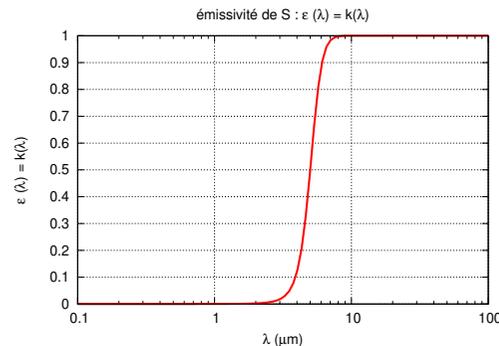
Mais les absorptivités (hémisphérique spectrale et totale) dépendent respectivement de la répartition angulaire du rayonnement incident et de sa répartition spectrale.

Exemple d'un corps sélectif froid

Surface S diffuse $\Rightarrow \varepsilon(\lambda) = k(\lambda)$.

Dans l'espace loin de la Terre, S est soumise au seul rayonnement solaire. Supposer l'absorptivité spectrale de S (égale à son émissivité spectrale) :

- très faible dans le domaine solaire (UV-visible et proche IR) ;
- proche de 1 en infra-rouge lointain.



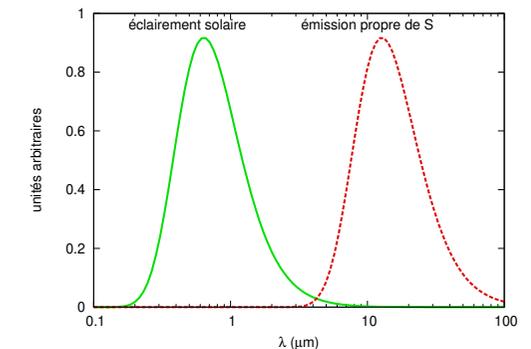
Exemple d'un corps sélectif froid (suite)

$$T_{\text{Soleil}} \gg T_{\text{surface}} \Rightarrow \lambda_{\text{max}}^{\text{Soleil}} \ll \lambda_{\text{max}}^{\text{surface}}$$

Le spectre de l'éclairement solaire et celui de la propre émission de S se recouvrent très peu.

$$0 \approx k_{\text{solaire}} \ll \varepsilon_{\text{surface}} \approx 1$$

La surface S émet facilement mais absorbe peu le rayonnement solaire : sa température d'équilibre sera plus froide que celle d'un corps gris.



Températures radiatives

On introduit les notions de **températures radiatives** pour caractériser le rayonnement émis par rapport à celui du Corps Noir :

- soit de façon globale, à partir des émittances totales, ce qui donne la **température équivalente d'émission** ;
- soit en fonction de la longueur d'onde et de la direction, à partir des luminances spectrales, ce qui donne la **température monochromatique de brillance**.

Températures radiatives : température équivalente d'émission

Définition

Pour un corps quelconque, on définit la **température équivalente d'émission** (**effective** en anglais) comme celle que devrait prendre le Corps Noir pour avoir la même émittance.

$T_{\text{éq.}}$ est donc définie implicitement par : $M = M_B(T_{\text{éq.}})$

Grâce à la loi de Stefan, on en tire :

$$T_{\text{éq.}} = \sqrt[4]{\frac{M}{\sigma}}$$

Si T est la température réelle du corps considéré, l'émissivité globale est définie par $\varepsilon = M/M_B(T)$, donc :

$$\varepsilon = \left(\frac{T_{\text{éq.}}}{T}\right)^4$$

Comme $\varepsilon \leq 1$, $T_{\text{éq.}} \leq T$.

L'égalité est obtenue pour le Corps Noir.

Températures radiatives : température monochromatique de brillance

Définition

Pour un corps quelconque, et pour chaque longueur d'onde et chaque direction d'émission, on définit la **température monochromatique de brillance** comme celle que devrait prendre le Corps Noir pour avoir la même luminance spectrale. $T_{\text{brill}}(\lambda, \vec{\Omega})$ est définie implicitement par :

$$L_\lambda(\lambda, \vec{\Omega}) = B_\lambda(\lambda, T_{\text{brill}}(\lambda, \vec{\Omega})) \quad (25)$$

En utilisant la formule de Planck, on en tire :

$$T_{\text{brill}}(\lambda, \vec{\Omega}) = \frac{hc}{k\lambda \ln \left(1 + \frac{2hc^2}{\lambda^5 L_\lambda(\lambda, \vec{\Omega})} \right)}$$

Comme le Corps Noir est celui qui émet le plus à une température donnée, $T_{\text{brill}}(\lambda, \vec{\Omega}) \leq T$.

Température monochromatique de brillance (suite)

T_{brill} permet de caractériser la luminance spectrale dans des termes plus faciles à comparer, notamment avec la température locale réelle.

Application : thermographie infrarouge.

Dans l'approximation des grandes longueurs d'onde (Rayleigh-Jeans), la température monochromatique de brillance est une fonction linéaire de la luminance spectrale :

$$T_{\text{brill}}(\lambda, \vec{\Omega}) \approx \frac{\lambda^4 L_\lambda(\lambda, \vec{\Omega})}{2ck}$$

Table de l'intégrale de la loi de Planck

Table 1 – Intégrale de la loi de Planck $F(x) = \frac{I(\lambda)}{I(\infty)}$ où $x = \frac{\lambda}{\lambda_{\max}(T)}$ et $I(\lambda) = \int_0^\lambda B_\lambda(\lambda, T) d\lambda$

x	F(x)	x	F(x)	x	F(x)	x	F(x)	x	F(x)
0.000	0.000000	0.740	0.090789	1.160	0.353435	1.580	0.576090	2.000	0.719722
0.100	0.000000	0.760	0.101317	1.180	0.365868	1.600	0.584575	2.500	0.821539
0.200	0.000000	0.780	0.112282	1.200	0.378148	1.620	0.592876	3.000	0.880843
0.300	0.000055	0.800	0.123640	1.220	0.390266	1.640	0.600996	3.500	0.917012
0.400	0.001537	0.820	0.135351	1.240	0.402216	1.660	0.608939	4.000	0.940098
0.420	0.002429	0.840	0.147371	1.260	0.413988	1.680	0.616705	4.500	0.955443
0.440	0.003663	0.860	0.159659	1.280	0.425579	1.700	0.624300	5.000	0.966004
0.460	0.005304	0.880	0.172176	1.300	0.436984	1.720	0.631726	5.500	0.973497
0.480	0.007414	0.900	0.184883	1.320	0.448197	1.740	0.638986	6.000	0.978951
0.500	0.010050	0.920	0.197744	1.340	0.459218	1.760	0.646084	6.500	0.983013
0.520	0.013260	0.940	0.210723	1.360	0.470042	1.780	0.653021	7.000	0.986097
0.540	0.017084	0.960	0.223788	1.380	0.480669	1.800	0.659803	7.500	0.988480
0.560	0.021551	0.980	0.236908	1.400	0.491098	1.820	0.666431	8.000	0.990350
0.580	0.026679	1.000	0.250055	1.420	0.501328	1.840	0.672910	8.500	0.991837
0.600	0.032477	1.020	0.263201	1.440	0.511359	1.860	0.679242	9.000	0.993034
0.620	0.038944	1.040	0.276324	1.460	0.521191	1.880	0.685430	9.500	0.994008
0.640	0.046072	1.060	0.289400	1.480	0.530826	1.900	0.691478	10.000	0.994810
0.660	0.053841	1.080	0.302409	1.500	0.540265	1.920	0.697389	20.000	0.999285
0.680	0.062230	1.100	0.315333	1.520	0.549509	1.940	0.703166	30.000	0.999781
0.700	0.071207	1.120	0.328155	1.540	0.558560	1.960	0.708812	40.000	0.999906
0.720	0.080739	1.140	0.340860	1.560	0.567419	1.980	0.714329	50.000	0.999952

Plan du chapitre rayonnement solaire

- 1 Le rayonnement solaire et sa variabilité propre
 - Structure du Soleil
 - Spectre solaire et constante solaire
 - Le cycle de 11 ans
- 2 Modulation du flux par le mouvement de la Terre
 - Le mouvement de la Terre
 - Paramètres orbitaux
 - Les saisons : obliquité et déclinaison
 - La hiérarchie des cycles de variations d'orbite
- 3 Répartition saisonnière et en latitude de l'éclairement au sommet de l'atmosphère
 - Calcul de l'angle zénithal
 - Durée du jour
 - Éclairement moyen journalier

Structure du Soleil

Soleil = sphère gazeuse composée essentiellement :

- d'hydrogène : 92 % des atomes, 75 % de la masse
- et d'hélium : 8 % des atomes, 25 % de la masse.

Brutale diminution de la masse volumique (cf. fig 18) à $R_S \approx 700\,000$ km du centre.

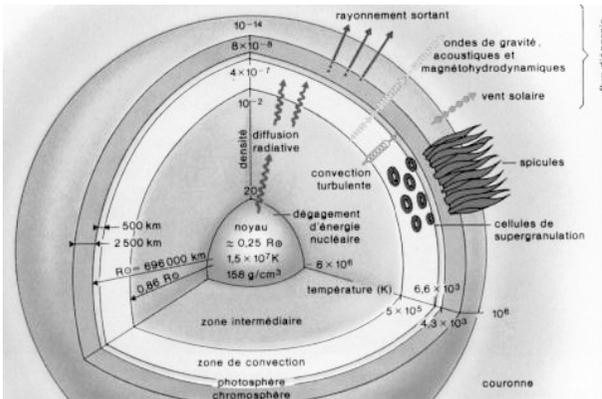


Figure 17 – Structure schématique du Soleil : R_S sépare l'intérieur de l'atmosphère

Structure du Soleil

En partant du centre, on distingue (cf. fig 17) :

- jusqu'à $R_S/4$, un noyau très chaud (15×10^6 K) où se produisent les réactions thermonucléaires de fusion de l'hydrogène en hélium, qui constituent la source d'énergie ;
- une zone intermédiaire traversée par un flux radiatif d'énergie ;
- une zone de convection turbulente où la température décroît notablement ;
- une très fine couche de quelques centaines de km d'épaisseur appelée **photosphère** à environ 6000 K, responsable de la quasi-totalité du rayonnement émis par le Soleil et définissant le bord du disque solaire observé ;
- une couche de 1000 à 2000 km appelée **chromosphère**, où la température recommence à croître jusque vers 10 000 K (cf. fig. 19) ;
- un domaine de forme très irrégulière et fluctuante, très peu dense, mais très chaud (plusieurs millions de K) et s'étendant sur 2 à 3 rayons solaires appelé la **couronne**.

Structure du Soleil

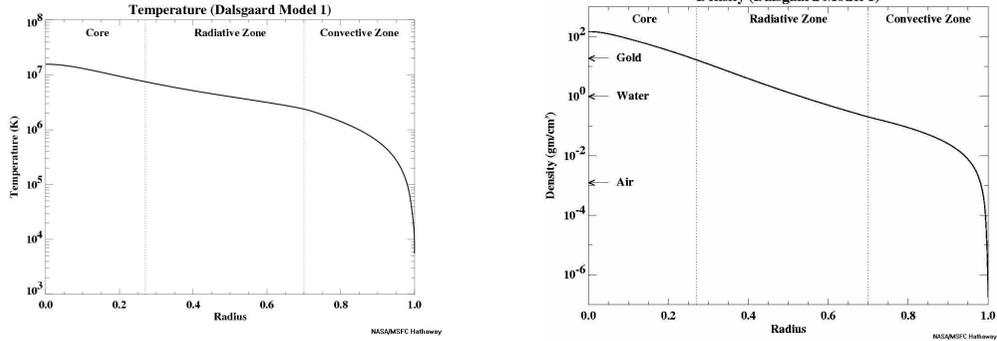


Figure 18 – Profils de température (en Kelvin) et de masse volumique du Soleil (en g cm^{-3}) en fonction de la distance au centre normalisée (échelles logarithmiques en ordonnées)

Structure du Soleil

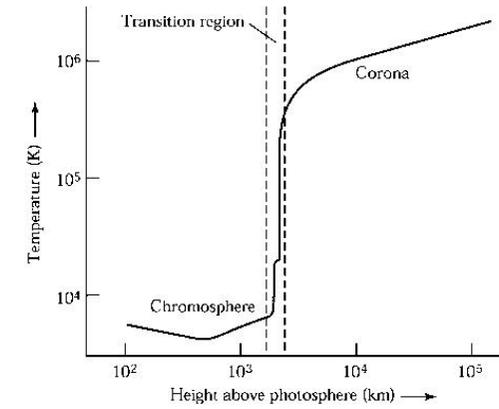


Figure 19 – Profil de température du Soleil au delà de la photosphère (échelles logarithmiques)

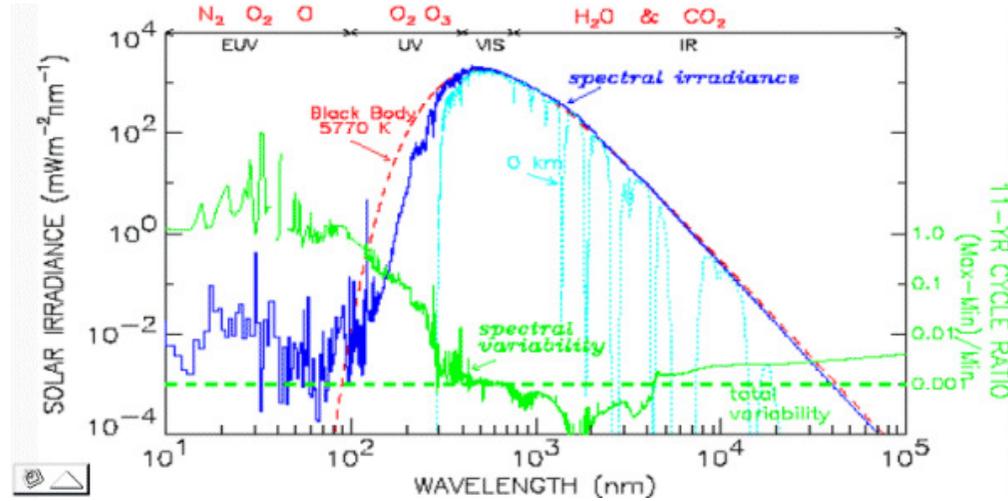


Figure 20 – Le spectre solaire au sommet de l’atmosphère de la Terre et sa variabilité (d’après J. LEAN)

Spectre solaire et constante solaire

Hors UV extrême, émission d’un corps noir à $T_S \approx 5800 \text{ K}$, caractéristique de la photosphère.
 Loi de Wien $\Rightarrow \lambda_{\text{max}} \approx 0,5 \mu\text{m}$ (vert)
 Raie d’émission Lyman α de l’hydrogène à 121 nm (UV).
 L’émittance totale du Soleil peut être estimée via la loi de Stefan :

$$M_S = \sigma T_S^4 \approx 64 \text{ MW m}^{-2}$$

Distance moyenne Terre–Soleil $D_{TS} \approx 150 \times 10^6 \text{ km}$ (une unité astronomique ou au).
 Par symétrie sphérique, on en déduit le facteur géométrique de dilution du rayonnement entre le Soleil et la Terre $(R_S/D_{TS})^2 \approx 2,2 \times 10^{-5}$.

La **constante solaire** est définie comme l’éclairement moyen perpendiculairement aux rayons solaires au sommet de l’atmosphère terrestre :

$$C = \left(\frac{R_S}{D_{TS}} \right)^2 M_S \approx 1361 \text{ W m}^{-2}$$

$C \approx (1360,8 \pm 0,5) \text{ W m}^{-2}$ au minimum solaire de 2008, plus faible que les estimations précédentes (G. Kopp et J. L. Lean, 2011).

Variabilité du rayonnement émis, cycle de 11 ans

Luminance du Soleil ni uniforme ni constante.

Les phénomènes de convection affleurent dans la photosphère, et y créent des structures granuleuses.

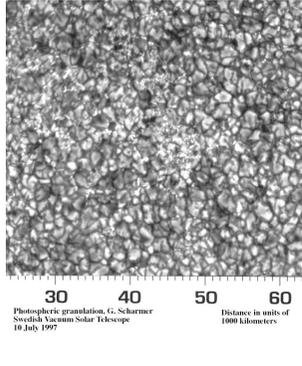


Figure 21 – Cellules de convection dans la photosphère

Les phénomènes magnétiques et la rotation différentielle, plus rapide à l'équateur que près des pôles provoquent des hétérogénéités de la photosphère :

- taches froides et sombres
- facules chaudes et brillantes.

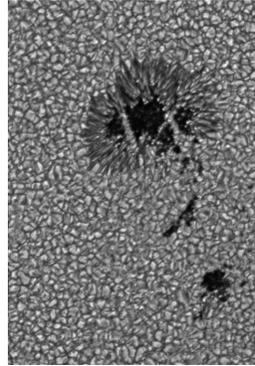


Figure 22 – Tache sombre

Cycle de 11 ans : diagramme en papillons

Le renversement du champ magnétique, tous les 11 ans environ, module de l'activité solaire. Au maximum d'activité, apparition de taches vers 30° de latitude, qui migrent ensuite vers les régions équatoriales.

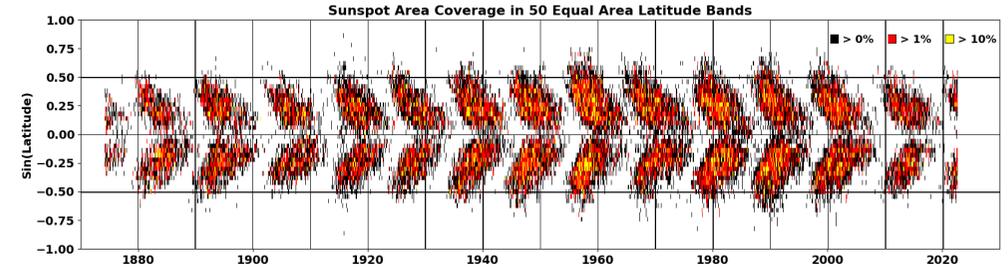


Figure 23 – Taches solaires (pourcentage de surface couverte) : le cycle de 11 ans surface couverte par bande de latitude (diagramme en «papillons»). Noter l'échelle verticale en sinus de la latitude pour respecter les surfaces.

Cycle de 11 ans : taches solaires

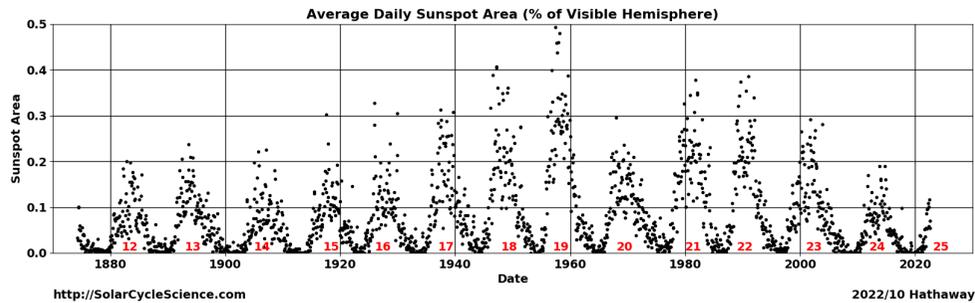


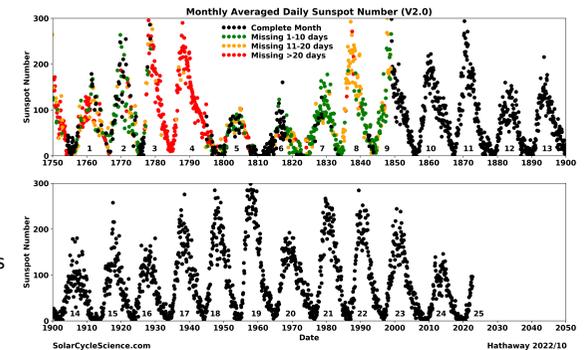
Figure 24 – Taches solaires : pourcentage d'hémisphère couvert par les taches solaires. Cycles de 11 ans.

Taches solaires : nombre de Wolf

Figure 25 – Nombre de taches solaires : le cycle de 11 ans

L'évolution du nombre moyen de taches observées (le nombre de Wolf, après diverses corrections) est un bon indicateur de l'activité solaire.

Noter que, malgré des lacunes importantes avant 1850, les observations restituent correctement les cycles de 11 ans.



Nombre de taches solaires : le minimum de Maunder

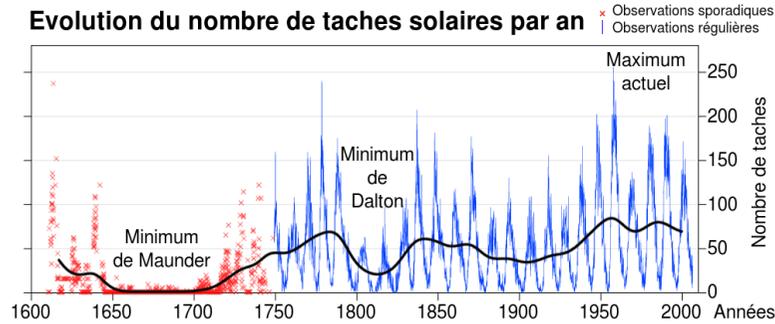


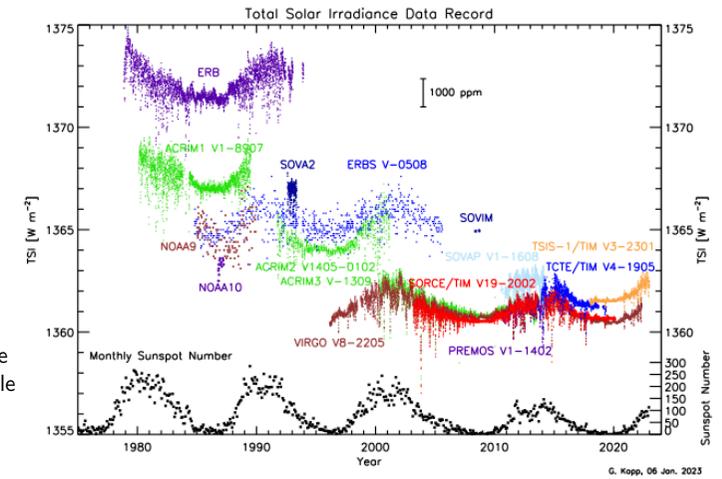
Figure 26 – Nombre annuel moyen de taches solaires : premières observations à la lunette astronomique 1610 avec FABRICIUS puis SCHEINER et surtout GALILÉE, mais observations sporadiques jusqu'en 1750 environ. De 1645 à 1715, la diminution du nombre de taches témoigne d'une baisse de l'activité solaire durant le minimum de Maunder correspondant au «petit âge glaciaire».

Cycle de 11 ans : éclairement total

Figure 27 – Mesures de l'éclairement solaire total (TSI= Total Solar Irradiance) de 1978 à 2022 (en haut).

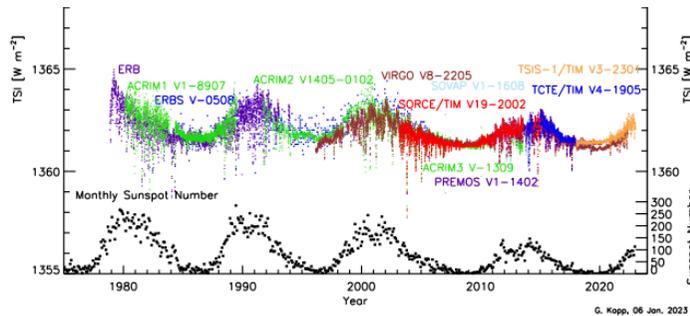
Les écarts entre les différents instruments se comportent comme des biais (décalages systématiques).

En bas, le nombre de taches solaires montrant les cycles de 11 ans numérotés 21 à 24 et le début du cycle 25.



Cycle de 11 ans : éclairement total

Figure 28 – Mesures composites de la constante solaire qui permettent une étude sur plusieurs cycles de 11 ans et nombre de taches solaires. (KOPP, G., <https://spot.colorado.edu/~kopp/TSI/>)



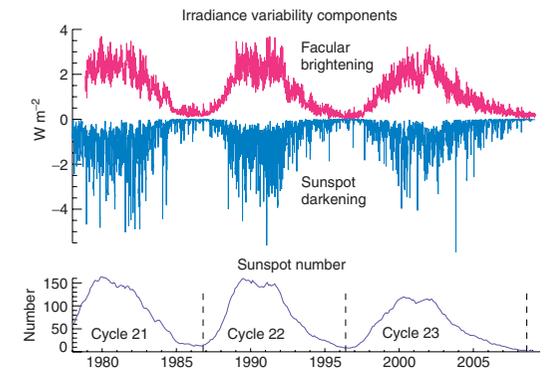
Après correction des biais instrumentaux, on distingue le cycle de 11 ans (variabilité $\approx 1\%$) L'éclairement solaire total définit la constante solaire $C \approx (1360,8 \pm 0,5) \text{ W m}^{-2}$ au minimum.

Au maximum du cycle, plus de taches, mais plus de facules

Figure 29 – Contributions des facules et des taches aux variations d'éclairement solaire pour trois cycles de 11 ans.

- Au maximum d'activité solaire,
- les **facules brillantes** causent une augmentation d'environ 2 W m^{-2} ,
 - alors que les **taches** le diminuent seulement d'environ 1 W m^{-2} .

D'après J. LEAN, *Cycles and trends in solar irradiance and climate*, Climate Change, vol. 1, janv-fév 2010, <https://wires.wiley.com/climatechange>

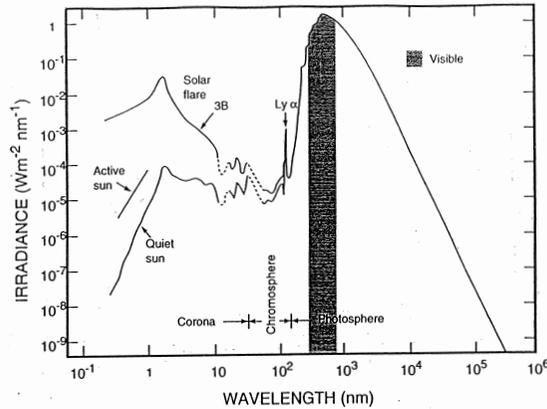


Variabilité du rayonnement émis : effet des éruptions solaires

Figure 30 – Spectre d'éclairement solaire en fonction de la longueur d'onde en log-log, montrant la variabilité en UV extrême.

Cas d'un Soleil calme, actif ou perturbé par des éruptions.

D'après BRASSEUR et SOLOMON (1986).



Le mouvement de la Terre

Le mouvement de la Terre par rapport au Soleil détermine les modulations du flux solaire reçu dues aux variations de distance et d'inclinaison entre la surface et les rayons solaires.

- **Excentricité** : dans l'approximation de KEPLER, la Terre¹ suit une orbite elliptique de faible excentricité $e \approx 1,7\%$, dont le Soleil est un des foyers. La distance Terre-Soleil est donc modulée au cours de l'année : actuellement, elle varie d'environ 3,5 % entre début janvier où elle est minimale (**périhélie**) et début juillet où elle est maximale (**aphélie**)².
- **Obliquité** : l'inclinaison ε de l'axe des pôles sur la perpendiculaire au plan de l'écliptique, ou obliquité, actuellement de $23^\circ 27'$, explique la variation de la durée du jour et détermine la succession des saisons. Plus l'obliquité est grande, plus le contraste saisonnier est fort.
- **Précession des équinoxes** : la saison où la Terre est la plus proche du Soleil ne coïncide pas forcément comme actuellement, avec l'été austral (ce qui tend à renforcer le contraste saisonnier dans l'hémisphère Sud, et à le diminuer dans l'hémisphère Nord). Son évolution sur de grandes échelles de temps est appelée précession des équinoxes.

1. Plus précisément, il s'agit du barycentre du couple Terre-Lune.
2. Le rapport aphélie/périhélie $(1 + e)/(1 - e)$ vaut actuellement 1,035.

L'orbite elliptique de la Terre

Figure 31 – Orbite de la Terre (T) autour du Soleil (S) : ellipse

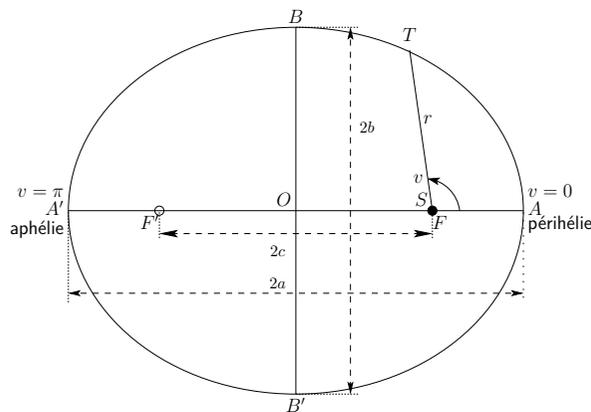
- de paramètre p ,
- d'excentricité e , (fortement exagérée, $e = 3/5$),
- dont le Soleil est un des foyers.

L'ellipse de foyers F et F' est définie par $FT + F'T = 2a$.

Coordonnées polaires centrées sur le Soleil $r = ST$ et $v = (\overrightarrow{FA}, \overrightarrow{FT})$ définit l'**anomalie vraie**, à partir du périhélie.

Son équation s'écrit :

$$|\overrightarrow{ST}| = r = \frac{p}{1 + e \cos v}$$



Paramètres orbitaux de la Terre

r est la distance au foyer, qui varie entre

- $r_p = r_{\min} = p/(1 + e)$ lors du **périhélie** pour $v = 0$,
- $r_a = r_{\max} = p/(1 - e)$ lors de l'**aphélie** pour $v = \pi$.

Grand axe $2a = r_p + r_a = \frac{2p}{1 - e^2} \Rightarrow p = (1 - e^2)a$, donc

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v} \quad (26)$$

$r_{\min} = a(1 - e)$ et $r_{\max} = a(1 + e)$. $FF' = 2c = 2(a - r_p)$, donc $c = ae$.

Éliminer $v \Rightarrow$ équation de l'ellipse en coordonnées rectangulaires (x, y) centrées en S :

$$\left(x_1 + \frac{ep}{1 - e^2}\right)^2 + \frac{y^2}{1 - e^2} = \frac{p^2}{(1 - e^2)^2} \quad \text{ou} \quad x^2 + \frac{y^2}{1 - e^2} = a^2$$

en coordonnées (x, y) centrées en O ; d'où $b = a\sqrt{1 - e^2} = \sqrt{a^2 - c^2}$.

Les saisons, conséquence de l'obliquité

La direction de l'axe des pôles \vec{TN} est inclinée d'un angle ε par rapport à la normale \vec{SZ} au plan de l'écliptique.
 Les directions \vec{TN} et \vec{SZ} définissent le plan SZY passant par la ligne des solstices, avec \vec{SY} dans la direction du solstice d'été. On complète le repère XYZ lié au Soleil avec l'axe \vec{SX} dans la direction de l'équinoxe de printemps.

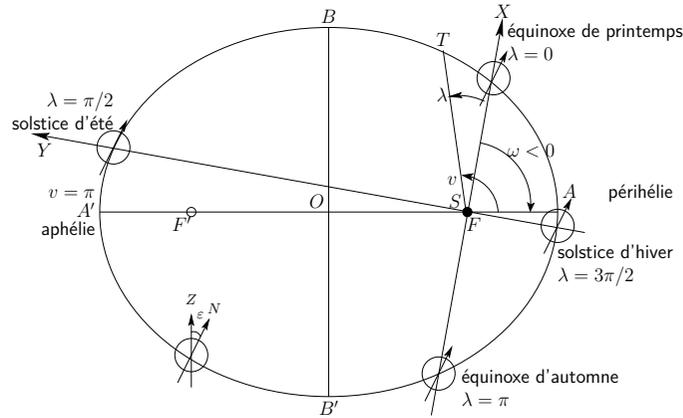


Figure 32 – Effets de l'obliquité ε : solstices et équinoxes. L'angle $(\vec{TZ}, \vec{TN}) = \varepsilon$ est dans un plan parallèle au plan YSZ (rappel : ici $\varepsilon = 3/5$). Les saisons indiquées sont celles de l'hémisphère nord.

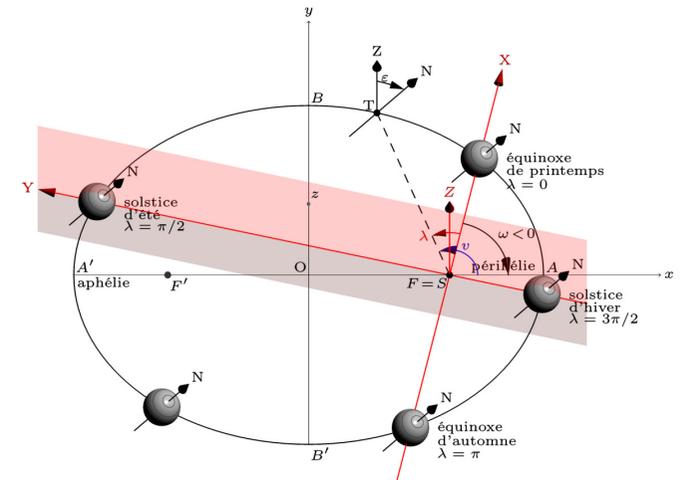
Les saisons : obliquité (en 3D)

Figure 33 – Obliquité ε : solstices et équinoxes (vue en 3D).

La projection de l'axe des pôles dans le plan de l'écliptique définit la direction SY .

L'intersection du plan équatorial et du plan de l'écliptique définit la direction SX .

Le plan SYZ (en rouge) est celui qui contient la normale au plan de l'écliptique et l'axe des pôles.



Longitude écliptique de la Terre et déclinaison du Soleil

On repère la position angulaire de la Terre autour du Soleil par la **longitude écliptique** λ , comptée positivement dans le sens de la trajectoire à partir de l'équinoxe de printemps.

$$\lambda = v + \omega$$

où ω est la longitude écliptique du périhélie, actuellement proche de $-\pi/2$ (cf. fig. 32).
 L'évolution de ω à très grande échelle de temps est le phénomène de précession des équinoxes. On définit la **déclinaison** du Soleil δ , angle entre la direction Terre-Soleil et le plan équatorial de la Terre, positif vers le pôle Nord (cf. fig. 37) :
 $(\vec{TN}, \vec{TS}) = -\pi/2 + \delta$, donc $\sin \delta = \cos(\vec{TN}, \vec{TS})$.

La déclinaison δ peut alors être reliée à ε et λ dans le repère héliocentrique XYZ :

$$\frac{\vec{TN}}{TN} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin \varepsilon \\ \cos \varepsilon \end{pmatrix} \quad \frac{\vec{ST}}{ST} = \begin{pmatrix} \cos \lambda \\ \sin \lambda \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$-\frac{\vec{TN} \cdot \vec{ST}}{TN \times TS} = \sin \delta = \sin \lambda \sin \varepsilon \quad (27)$$

Déclinaison du Soleil

Table 2 – Valeurs remarquables de la déclinaison δ (cf. éq. 27)

	λ	$\sin \delta$	δ
équinoxe de printemps	0	0	0
solstice d'été	$\pi/2$	$\sin \varepsilon$	ε
équinoxe d'automne	π	0	0
solstice d'hiver	$3\pi/2$	$-\sin \varepsilon$	$-\varepsilon$

L'orbite de la Terre n'est pas parcourue à vitesse angulaire constante.

Loi des aires, $r^2 \frac{dv}{dt} = \text{Constante}$

\Rightarrow saisons plus courtes du côté du périhélie que celles proches de l'aphélie : actuellement, (automne + hiver) = (printemps + été) - environ 7,7 jours

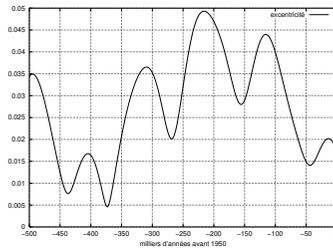
Mais δ et TS sont des fonctions périodiques du temps, de période un an.

\Rightarrow série de Fourier pour calculer l'éclairement solaire journalier moyen.

La hiérarchie des cycles de variations d'orbite : excentricité

Le mouvement de la Terre est légèrement perturbé par l'attraction de la Lune et des autres planètes : c'est celui d'une toupie en rotation rapide sur un axe animé d'oscillations lentes. Les cycles de ces variations, étudiés par MILANKOVITCH, s'étendent sur des échelles de temps de quelques dizaines de milliers d'années ou plus.

Figure 34 – Variations de l'excentricité de l'orbite de la Terre depuis 500 000 années



La hiérarchie des cycles de variations d'orbite : obliquité et précession

Figure 35 – Variations de l'obliquité de l'axe des pôles de la Terre : période de 41 000 ans

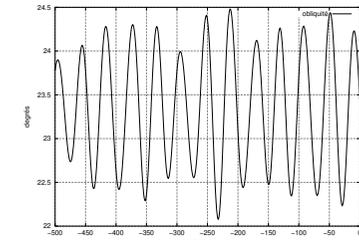
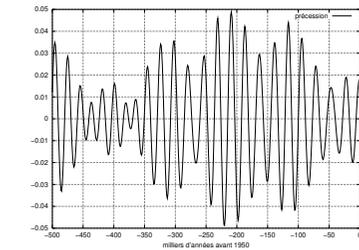


Figure 36 – Variations de la précession climatique ($e \sin \omega$ c'est-à-dire le sinus de la longitude écliptique du périhélie modulé par l'excentricité) de la Terre. Période moyenne de 21 000 ans



La hiérarchie des cycles de variations d'orbite : obliquité et précession

Par échelle de temps décroissante :

- Variations de l'excentricité, actuellement faible (1,7 %), entre 0 et 7 % avec une pseudo-période moyenne de 100 000 ans (cf. fig 34).
- Obliquité : l'obliquité varie entre 22° et 25° environ avec une période de 41 000 ans (cf. fig 35).
- L'axe des pôles décrit de plus un cône normal au plan de l'écliptique avec une périodicité d'environ 26 000 ans.
- Précession des équinoxes ω : période moyenne de 21 000 ans (cf. fig 36).

Définition de l'angle zénithal

Repère centré sur la Terre, avec l'axe \vec{Tz} vers le pôle Nord et xTy dans le plan équatorial. Soit \vec{TS} un vecteur unitaire orienté vers le Soleil ; choisir l'axe \vec{Tx} selon la projection de \vec{TS} dans le plan équatorial.

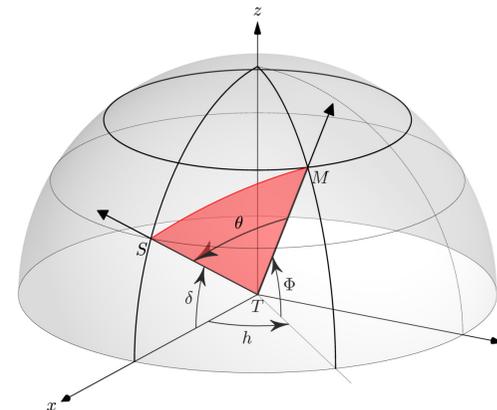


Figure 37 – Définition de l'angle zénithal θ

- δ la déclinaison du Soleil, angle de \vec{TS} avec le plan équatorial,
- Φ la latitude de M ,
- h son **angle horaire**, c-à-d sa longitude comptée à partir de Tx .

On définit l'**angle zénithal** θ comme l'angle d'incidence du rayonnement solaire au point M , entre la verticale locale et la direction du Soleil $\theta = (\vec{TM}, \vec{TS})$.

Calcul de l'angle zénithal

$$\theta = (\overrightarrow{TM}, \overrightarrow{TS}) \Rightarrow \cos \theta = \frac{\overrightarrow{TM}}{TM} \cdot \frac{\overrightarrow{TS}}{TS}$$

$$\frac{\overrightarrow{TM}}{TM} = \begin{pmatrix} \cos \Phi \cos h \\ \cos \Phi \sin h \\ \sin \Phi \end{pmatrix} \quad \frac{\overrightarrow{TS}}{TS} = \begin{pmatrix} \cos \delta \\ 0 \\ \sin \delta \end{pmatrix}$$

$$\cos \theta = \cos \Phi \cos h \cos \delta + \sin \Phi \sin \delta \quad (28)$$

L'angle zénithal θ dépend de

- la latitude Φ ,
- la longitude et l'heure au travers de l'angle horaire h ,
- la saison au travers de $\delta = f(\lambda, \varepsilon)$.

Cas particuliers d'angle zénithal

à midi par définition, $h = 0$ le Soleil est au plus haut sur l'horizon.

M et S sont sur le même méridien.

Alors $\cos \theta = \cos(\Phi - \delta)$ soit $|\theta| = |\Phi - \delta|$.

schéma

Soleil au zénith ($\theta = 0$) pour $\Phi = \delta \in [-23,5^\circ, +23,5^\circ]$, donc impossible en dehors de la zone inter-tropicale limitée par les tropiques du cancer et du capricorne.

aux pôles $\Phi = \pm\pi/2 \Rightarrow \cos \theta = \pm \sin \delta$. L'angle horaire n'intervient plus.

schéma

On peut définir l'élévation $\pi/2 - \theta = \pm\delta = \pm$ déclinaison.

Au pôle nord, $\theta = \pi/2 - \delta$.

Durée du jour

Le jour est défini par $\cos \theta > 0$, les levers et couchers du Soleil par $\cos \theta_0 = 0$. Si on exclut les pôles pour lesquels θ ne dépend pas de h , ils se produisent pour des angles horaires $\pm h_0$ vérifiant :

$$\cos h_0 = -\tan \Phi \tan \delta$$

la durée du jour est donc $\Delta h = 2 \arccos(-\tan \Phi \tan \delta)$ (cf. fig. 38).

- À l'équateur ($\Phi = 0$) pendant toute l'année ou aux équinoxes ($\delta = 0$) à toute latitude, $\cos h_0 = 0$, $h_0 = \pi/2$ et la durée du jour est de 12 h ($\Delta h = \pi$).
- Le cercle polaire est défini par la latitude au delà de laquelle des journées ou des nuits de 24 h sont possibles.
 - Jour de 24 h : $\Delta h = 2\pi$, $h_0 = \pi$, $\tan \Phi \tan \delta = 1$, $\Phi = \pm\pi/2 - \delta$, ce qui est possible (suivant la saison et l'hémisphère) pour $|\Phi| > \pi/2 - \varepsilon \approx 67^\circ$.
 - Nuit polaire : $\Delta h = 0$, $h_0 = 0$, $\tan \Phi \tan \delta = -1$,
 - $\Phi = \pi/2 + \delta$ pour $\delta < 0$ (hiver boréal)
 - $\Phi = -\pi/2 + \delta$ pour $\delta > 0$ (été boréal).

Durée du jour en fonction de la latitude

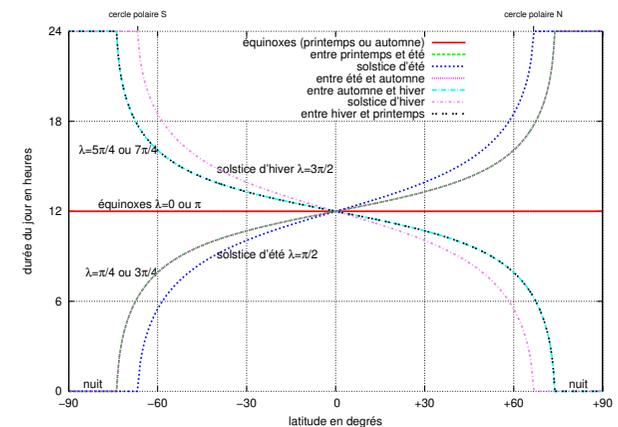


Figure 38 – Durée du jour en fonction de la latitude pour différentes saisons

Éclairement moyen journalier

On peut en déduire l'éclairement moyen journalier, flux par unité de surface réelle, \bar{F} , en fonction de la latitude Φ et de la déclinaison δ , elle-même fonction de la saison. En négligeant la variation de la distance Terre-Soleil due à l'excentricité de l'orbite de la Terre :

$$\bar{F} = \frac{1}{2\pi} C \int_{-h_0}^{+h_0} \cos \theta \, dh = \frac{1}{\pi} C \int_0^{h_0} \cos \theta \, dh$$

$$\bar{F} = \frac{1}{\pi} C \int_0^{h_0} (\cos \Phi \cos h \cos \delta + \sin \Phi \sin \delta) \, dh$$

$$\bar{F} = \frac{C}{\pi} [h_0 \sin \Phi \sin \delta + \sin h_0 \cos \Phi \cos \delta] \quad (29)$$

On peut prendre en compte les variations de distance Terre-Soleil par développement en série de Fourier de δ et $1/r^2$ (voir par exemple [HARTMANN, 1994](#), annexe A) pour mettre en évidence le renforcement du contraste saisonnier dans l'hémisphère Sud (cf. fig. 39).

Éclairement moyen journalier : cas particuliers

Aux équinoxes $\delta = 0$, donc $h_0 = \pi/2$ et $\bar{F} = \frac{C}{\pi} \cos \Phi$
L'éclairement est maximal à l'équateur :

$$\bar{F} = \frac{C}{\pi} \approx 0,32C \approx 435 \text{ W m}^{-2}$$

Au pôle Nord avec $\delta > 0$ $\Phi = \pi/2$ donc $h_0 = \pi$ (jour de 24h)

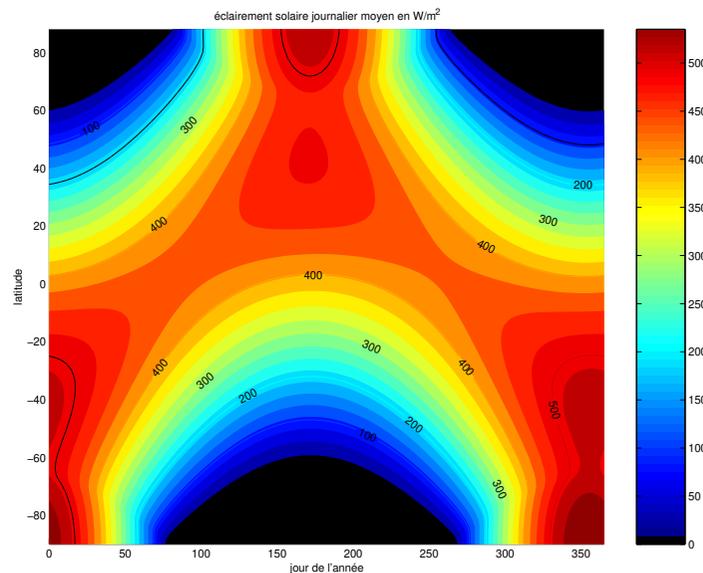
$$\bar{F} = \frac{C}{\pi} \pi \sin \delta = C \cos(\pi/2 - \delta)$$

Au solstice d'été $\delta = \varepsilon$

$$\bar{F} = C \cos(\pi/2 - \varepsilon) \approx C \cos(67^\circ) \approx 0,40C \approx 549 \text{ W m}^{-2}$$

Éclairement solaire journalier en fonction de la latitude et de la saison

Figure 39 – Éclairement solaire moyen journalier en W m^{-2} au sommet de l'atmosphère en fonction de la saison et de la latitude : noter que le maximum se situe au pôle Sud, pendant l'été austral. Repérer aussi la limite de la nuit polaire jusqu'aux cercles polaires.



Plan du chapitre Absorption, diffusion, équations du transfert I

1 L'absorption : répartition verticale dans un flux incident parallèle

- Loi de Beer-Lambert et épaisseur optique
 - Loi de Beer-Lambert
 - Épaisseur optique
 - Cas d'une atmosphère homogène horizontalement
 - Cas d'un absorbant à distribution verticale exponentielle
- Pénétration du flux solaire : profil de Chapman
- Taux de chauffage par absorption

2 La diffusion

- Caractérisation du rayonnement diffusé
 - Section efficace totale de diffusion σ_{scatt}
 - Section efficace différentielle de diffusion dans une direction $\frac{d^2 \sigma_{\text{scatt}}}{d^2 \Omega}$
 - La fonction de phase $p(\theta)$
 - Le facteur d'asymétrie g
 - Un exemple : la fonction de phase de Henyey-Greenstein
- Diffusion par les molécules : diffusion Rayleigh
 - Section efficace totale de diffusion Rayleigh
 - Répartition angulaire de la diffusion Rayleigh
- Diffusion par les particules : diffusion Mie

Plan du chapitre Absorption, diffusion, équations du transfert II

- Diffusion par une particule sphérique homogène de taille quelconque
- Influence de l'absorption
- Répartition angulaire de la diffusion
- Cas d'une population de particules
- Propriétés radiatives des aérosols et des nuages
 - Propriétés des nuages
 - Propriétés des aérosols

3 Équation générale du transfert radiatif

- Équation générale
- Forme de la fonction source
 - Cas général
- Expression en coordonnées épaisseur optique
- Intégration formelle de l'équation du transfert radiatif
 - Propagation vers le haut $\mu > 0$
 - Propagation vers le bas $\mu < 0$

Introduction : les processus d'interaction rayonnement-matière

Objectif : caractériser les processus élémentaires d'interaction entre le rayonnement et la matière \rightsquigarrow bilan en termes de luminance spectrale.

Processus actifs dans l'atmosphère terrestre :

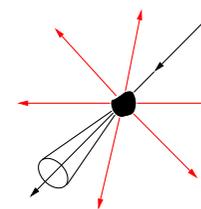
- 1 l'**émission thermique** de l'atmosphère, fonction de l'émissivité spectrale $\varepsilon(\lambda)$ et de la luminance du corps noir $B_\lambda(\lambda, T)$ donc aussi de la température ;
- 2 l'**absorption** par les gaz atmosphériques (en général spectralement sélective) et les particules (aérosols et nuages) ;
- 3 la **diffusion (scattering en anglais)** par les molécules du gaz atmosphérique, les aérosols et les nuages.

BOHREN et CLOTHIAUX (2006) parlent de naissance (1), vie (3) et mort (2) des photons. Enfin, prendre en compte la **source solaire**, ainsi que l'émission, l'absorption et la réflexion à la **surface de la Terre**.

Introduction : les processus d'interaction rayonnement-matière

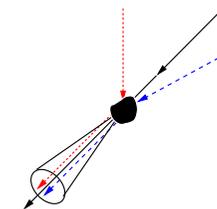
- Les processus d'émission (1) et d'absorption (2) rendent possible une **redistribution spectrale** d'énergie, grâce à une conversion sous une forme non radiative (énergie interne), comme dans :
 - le chauffage par absorption (O_3),
 - la photodissociation,
 - le refroidissement par émission (CO_2)
- Par exemple, la planète Terre absorbe dans le visible et le proche IR autant d'énergie qu'elle en émet dans l'infra-rouge tellurique.
- Mais la diffusion (3) élastique ne permet qu'une **redistribution spatiale (angulaire)** de la puissance (cf. fig. 40 et fig. 41), sans changement de λ .

Gains et pertes par diffusion



Pertes dans toutes les directions

Figure 40 – Pertes par diffusion



Gains issus de toutes les directions (si flux incident non parallèle ou diffusion multiple)

Figure 41 – Gains par diffusion

L'absorption : répartition verticale dans un flux incident parallèle

Remarques préliminaires pour cette section

- on s'intéresse à un flux incident parallèle : on considère donc l'éclairement, mais on ne parlera donc ni de luminance, ni d'intensité ;
- on ne tient compte que des pertes par absorption, mais on peut aussi considérer les pertes (sans les gains) par diffusion (extinction par diffusion et par absorption), par exemple dans le cas du flux solaire sans diffusion multiple.

Loi de Beer-Lambert

Rayonnement selon la direction \vec{s} d'angle zénithal θ qui traverse une couche horizontale d'épaisseur $|dz|$ constituée d'un milieu absorbant (sans diffusion pour simplifier).

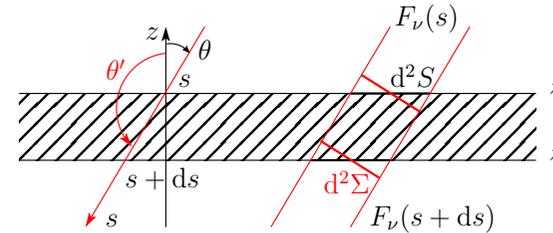


Figure 42 – Loi de Beer-Lambert

ds est le chemin parcouru par le rayonnement dans le milieu :

$$\begin{aligned} dz &= ds \cos \theta' \\ dz &= -ds \cos \theta \end{aligned}$$

Propagation vers le bas, $0 < \theta < \pi/2$, $ds > 0 \Rightarrow dz < 0$

Soit $F_\nu(s)$ le flux par unité de surface (orthogonale) et de fréquence (F_ν est un éclairement spectral) au point de coordonnée s .

Loi de Beer-Lambert (suite)

Il s'atténue dans sa propagation jusqu'à $s + ds$ proportionnellement au chemin ds parcouru dans le milieu :

$$F_\nu(s + ds) - F_\nu(s) = -k_\nu F_\nu(s) ds$$

et à k_ν , le coefficient d'absorption par unité de longueur (en m^{-1}) du milieu à la fréquence ν .

$$\frac{dF_\nu}{ds} = -k_\nu F_\nu(s) \quad \text{Loi de Beer-Lambert} \quad (30)$$

$k_\nu(s) = \sigma_\nu n(s)$ où σ_ν est la **section efficace** (en m^2) d'une molécule d'absorbant à la fréquence ν et $n(s)$ sa concentration en absorbant (en m^{-3}).

Avec plusieurs absorbants : $k_\nu(s) = \sum_i \sigma_{\nu,i} n_i(s)$.

Épaisseur optique

On définit l'**épaisseur optique élémentaire**, quantité sans unité,

$$d\tau_\nu(s) = k_\nu(s) ds, \quad (31)$$

comme la probabilité qu'un photon à la fréquence ν soit absorbé sur le trajet ds .

$$\frac{dF_\nu}{F_\nu} = -d\tau_\nu(s)$$

L'**épaisseur optique** de la couche entre s_1 et s_2 à la fréquence considérée s'exprime :

$$\tau_\nu(s_1, s_2) = \int_{s_1}^{s_2} k_\nu ds = \int_{s_1}^{s_2} \sigma_\nu n(s) ds$$

⚠ Ne pas croire que l'épaisseur optique $\tau_\nu(s_1, s_2)$, une fois intégrée sur un parcours, reste une probabilité : elle peut très bien dépasser l'unité.

Transmission et absorption d'une couche

En intégrant l'équation différentielle $d \log F_\nu = -k_\nu ds$ sur le trajet de s_1 à s_2 , on obtient

$$\frac{F_\nu(s_2)}{F_\nu(s_1)} = \exp \left[- \int_{s_1}^{s_2} k_\nu ds \right]$$

qui permet de définir la **transmission** $T_\nu(s_1, s_2)$ du milieu de s_1 à s_2 :

$$T_\nu(s_1, s_2) = \frac{F_\nu(s_2)}{F_\nu(s_1)} = \exp [-\tau_\nu(s_1, s_2)]$$

Le coefficient d'absorption (sans unité) de la couche est défini par :

$$A_\nu(s_1, s_2) = 1 - T_\nu(s_1, s_2) \quad (32)$$

Pour une couche optiquement mince (c'est-à-dire $\tau_\nu \ll 1$), $A_\nu \approx \tau_\nu$.

Contenu intégré

Dans le cas où la section efficace est indépendante de l'altitude, l'épaisseur optique s'exprime en fonction du **contenu intégré** $N(s_1, s_2)$ d'absorbant entre s_1 et s_2 selon la ligne de visée.

$$\tau_\nu(s_1, s_2) = \sigma_\nu N(s_1, s_2) \quad \text{où} \quad N(s_1, s_2) = \int_{s_1}^{s_2} n(s) ds$$

Si la distribution de l'absorbant ne dépend que de l'altitude, contenu intégré et épaisseur optique selon la ligne de visée sont reliées à leur valeur à la verticale par :

$$N(s_1, s_2) = N(z_1, z_2) / \cos \theta = N(z_1, z_2) \sec \theta$$

où \sec est la fonction **sécante**, fonction croissante de θ .

Absorbant à distribution verticale exponentielle

Si l'atmosphère présente un seul absorbant à ν , dont la distribution verticale possède une échelle de hauteur constante H :

$$n(s) = n(z) = n(z_0) \exp [-(z - z_0)/H] \quad (33)$$

$$N(s_1, s_2) = \frac{N(z_1, z_2)}{\cos \theta} = \frac{n(z_1)}{\cos \theta} \int_0^{z_2 - z_1} \exp(-z/H) dz$$

À la verticale,

$$N(z_1, z_2) = n(z_1)H \left[1 - \exp \left(-\frac{z_2 - z_1}{H} \right) \right]$$

En particulier, le contenu intégré au dessus de l'altitude z est le produit de la concentration à cette altitude par l'échelle de hauteur :

$$N(z, \infty) = n(z)H \quad \text{et} \quad \tau_\nu(z, \infty) = \sigma_\nu n(z)H \quad (34)$$

Par conséquent, l'épaisseur optique au dessus de z suit la même loi que $n(z)$:

$$-\frac{1}{n} \frac{dn}{dz} = \frac{1}{H} \quad \text{donc} \quad \frac{d\tau_\nu(z, \infty)}{dz} = -\frac{\tau_\nu(z, \infty)}{H}$$

Profil de Chapman : objectif et hypothèses

Étude d'un cas extrêmement simplifié : la pénétration du rayonnement solaire dans le cas d'un seul absorbant de profil vertical exponentiel (par exemple un absorbant en équilibre de mélange dans une atmosphère isotherme) et de section efficace d'absorption indépendante de l'altitude.

Recherche de l'altitude \hat{z} du maximum de dépôt d'énergie radiative (à une fréquence donnée) résultant de la **compétition** entre la décroissance du flux solaire au fur et à mesure de sa pénétration dans l'atmosphère et de la croissance de la concentration en absorbant.

Profil de Chapman : flux spectral surfacique au niveau s

Si la concentration de l'absorbant suit une loi exponentielle : $n(z) = n(0)e^{-z/H}$, l'épaisseur optique à ν au dessus de z selon l'angle zénithal θ s'écrit :

$$\tau_\nu(z, \theta) = \int_s^\infty \sigma_a n(s') ds' = \sigma_a N(z) \sec \theta$$

$$\tau_\nu(z, \theta) = \sigma_a H n(z) \sec \theta = \sigma_a H n(0) \sec \theta \exp(-z/H)$$

La transmission à la fréquence ν du haut de l'atmosphère jusqu'au niveau s :

$$T_\nu(z, \theta) = \exp[-\tau_\nu(s, \theta)]$$

Le flux spectral solaire par unité de surface incident au niveau s :

$$F_\nu(s, \theta) = F_\nu(z = \infty) \exp[-\tau_\nu(s, \theta)] = F_\nu(z = \infty) \exp[-\tau_\nu(0, \theta) e^{-z/H}]$$

Profil de Chapman : recherche du max de $r_\nu(z)$

Soit $r_\nu(z)$ le taux de déposition d'énergie spectrale (photodissociation, chauffage, ...) par unité de volume à la fréquence ν et à l'altitude z .

$$r_\nu(z) = -\frac{d^3 \Phi_\nu}{d^2 \Sigma ds} = -\frac{dF_\nu}{ds} = \frac{dF_\nu}{dz} \cos \theta > 0 \quad (35)$$

La loi de Lambert donne :

$$r_\nu(z) = -\frac{d\tau}{ds} \frac{dF_\nu}{d\tau} = \frac{d\tau}{ds} F_\nu = \sigma_a n(s) F_\nu(s, \theta) \quad (36)$$

La dépendance en altitude de $r_\nu(z)$ résulte du produit de $n(z)$, croissante et $F_\nu(z)$, décroissant. L'altitude \hat{z} du maximum de r_ν est obtenue en annulant la dérivée du log :

$$\frac{1}{n} \frac{dn}{dz} + \frac{1}{F_\nu} \frac{dF_\nu}{dz} = 0 \quad \text{en } z = \hat{z}$$

Profil de Chapman : caractérisation du max de r_ν

Mais $-\frac{1}{n} \frac{dn}{dz} = \frac{1}{H}$, donc \hat{z} est défini par :

$$\frac{1}{H} = \frac{1}{F_\nu} \frac{dF_\nu}{dz} = \frac{1}{F_\nu} \frac{dF_\nu}{d\tau} \frac{d\tau}{dz} = -\frac{d\tau}{dz} = \frac{\tau}{H}$$

Conclusion : l'altitude du maximum d'interaction rayonnement milieu est caractérisée par l'épaisseur optique unité :

$$\tau_\nu(\hat{z}, \theta) = 1 \quad (37)$$

ou encore

$$\tau_\nu(0, \theta) e^{-\hat{z}/H} = 1 \quad \text{donc} \quad \hat{z} = H \ln \tau_\nu(0, \theta)$$

Profil de Chapman : caractérisation du max de r_ν

La connaissance du spectre d'absorption $\sigma(\lambda)$ permet donc d'établir une relation entre longueur d'onde et altitude d'absorption maximale où $\tau_\lambda(\hat{z}) = 1$, comme on peut le faire pour l'émission.

$$\hat{z} = \hat{z}_0 + H \ln \sec \theta \quad \text{où} \quad \hat{z}_0 = H \ln [\sigma_a n(0) H] \quad (38)$$

\hat{z} est une fonction croissante de σ_a , $n(0)$ et H . Si l'un de ces trois paramètres augmente, la pénétration du flux solaire est moindre dans l'atmosphère.

Mais le taux maximal $r_\nu(\hat{z})$ ne dépend que de θ et de H :

$$\hat{r}_\nu = r_\nu(\hat{z}) = \frac{F_\nu(z = \infty)}{eH \sec \theta} \quad (39)$$

Remarque : l'hypothèse de répartition exponentielle de l'absorbant peut être restreinte à $z \geq z_0$, pourvu que l'altitude \hat{z} reste supérieure à z_0 .

Profil de Chapman normalisé

Les changements de variables

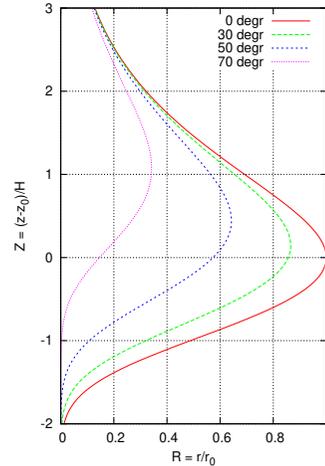
$$Z = \frac{z - \hat{z}_0}{H} \quad \text{et} \quad R = \frac{r}{\hat{r}_0}$$

où l'indice 0 signifie à la verticale, permettent de définir le **profil de Chapman normalisé**

$$R(Z) = \exp\left(1 - Z - \sec \theta e^{-Z}\right) \quad (40)$$

Figure 43 – Profil de Chapman normalisé $R(Z)$

La pénétration du flux solaire diminue avec l'angle θ . L'essentiel de l'absorption se produit dans un domaine de $\pm H$ autour du maximum \hat{z} . À haute altitude ($\tau_\nu \ll 1$), r_ν est indépendant de l'angle zénithal θ .



Taux de chauffage par absorption

Pour calculer le **taux de chauffage** par absorption, on doit intégrer l'effet de l'éclairement spectral dans une bande finie : $F = \int_{\nu_1}^{\nu_2} F_\nu d\nu$. La puissance transférée du rayonnement au milieu par unité de volume est aussi la variation du flux surfacique net par unité de longueur le long du faisceau :

$$r = -\frac{dF}{ds} \quad (\text{W m}^{-3})$$

d^3V : volume élémentaire que découpe dans la couche horizontale d'épaisseur dz un tube de rayonnement parallèle d'angle zénithal θ et de section horizontale d^2S (cf. fig. 42).

Ce volume, de longueur ds selon la direction du rayonnement et de surface normale $d^2\Sigma$ s'écrit : $d^3V = d^2S |dz| = d^2\Sigma |ds|$

$$\begin{aligned} \text{Bilan de puissance dans } d^3V &= \frac{\begin{array}{l} + \text{ reçue en haut du volume} \quad +F(s) d^2\Sigma \\ - \text{ transmise en bas du volume} \quad -F(s+ds) d^2\Sigma \end{array}}{=} \\ &= \text{cédée par le rayonnement au milieu} = \frac{dH}{dt} d^3V \end{aligned}$$

où H est l'enthalpie volumique, ρ la masse volumique et C_p en $\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$ la chaleur massique de l'air à pression constante.

Taux de chauffage par absorption

La transformation d'énergie radiative en énergie interne se traduit une augmentation de température, soit par unité de temps :

$$r ds d^2\Sigma = -\frac{dF}{ds} ds d^2\Sigma = \frac{dH}{dt} d^3V = \rho C_p d^3V \frac{dT}{dt}$$

Le **taux de chauffage** du milieu est donc :

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{1}{\rho C_p} \frac{dF}{ds} = +\frac{\cos \theta}{\rho C_p} \frac{dF}{dz} \quad (41)$$

⚠ Ne pas confondre la concentration de l'absorbant $n_{\text{abs}}(z)$ et celle de l'air $n_{\text{air}}(z)$ chauffé par absorption. Si c_p la chaleur à pression constante par molécule d'air, $\rho C_p = n_{\text{air}} c_p$, donc

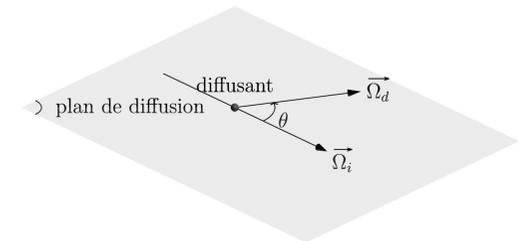
$$\frac{dT}{dt} = \frac{\sigma_{\text{abs}}}{c_p} \frac{n_{\text{abs}}(z)}{n_{\text{air}}(z)} F(z) = \frac{\sigma_{\text{abs}}}{c_p} x_{\text{abs}}(z) F(z) \quad (42)$$

où $x_{\text{abs}}(z)$ est le rapport de mélange de l'absorbant. Ne pas croire que \hat{z} est l'altitude où le taux d'augmentation de température est le plus fort ; si, par exemple, l'absorbant est en rapport de mélange constant, $\frac{dT}{dt}$ sera maximum au sommet de l'atmosphère ! Si l'absorbant présente une échelle de hauteur plus faible que celle de l'air, ce maximum se situera au dessus de \hat{z} .

Caractérisation du rayonnement diffusé : section totale de diffusion

La diffusion élastique (sans changement de λ) provoque une redistribution angulaire de la puissance associée au rayonnement du dipôle induit par le champ incident grâce à la polarisabilité de la particule diffusante.

Le plan qui contient la direction $\vec{\Omega}_i$ du flux incident (supposé parallèle) et celle $\vec{\Omega}_d$ du flux diffusé est le plan de diffusion. Dans ce plan, on appelle **angle de diffusion** θ , l'angle $(\vec{\Omega}_i, \vec{\Omega}_d)$.



La diffusion contribue à l'atténuation du rayonnement par pertes vers les autres directions.

Définition

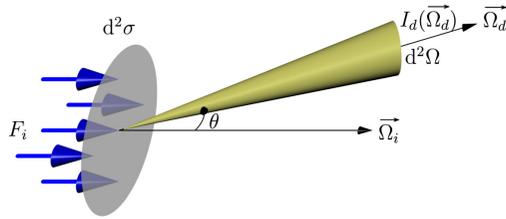
Section efficace totale de diffusion σ_{scatt} par une particule (en m^2)

$$\frac{dF_i}{ds} = -n_{\text{scatt}} \sigma_{\text{scatt}} F_i \quad (43)$$

Caractérisation du rayonnement diffusé : section différentielle de diffusion

Section efficace différentielle de diffusion dans une direction :

$$\frac{d^2\sigma_{\text{scatt}}}{d^2\Omega}(\vec{\Omega}_d) = \frac{I_d}{F_i} = \frac{\text{intensité diffusée dans la direction } \vec{\Omega}_d}{\text{éclairage du diffusant}} \quad (\text{en m}^2 \text{ sr}^{-1}) \quad (44)$$



$$F_i d^2\sigma = I_d d^2\Omega$$

$$\sigma_{\text{scatt}} = \iint_{4\pi} \frac{d^2\sigma_{\text{scatt}}}{d^2\Omega}(\vec{\Omega}_d) d^2\Omega \quad (45)$$

Caractérisation du rayonnement diffusé : fonction de phase

La **fonction de phase** $p(\theta)$ caractérise la répartition angulaire de la diffusion.

$$p(\theta) = \frac{1}{\sigma_{\text{scatt}}} \frac{d^2\sigma_{\text{scatt}}}{d^2\Omega}(\vec{\Omega}_d) \quad (\text{en sr}^{-1}) \quad (46)$$

Elle apparaît comme une densité de probabilité sur l'ensemble des directions de diffusion, normalisée selon ³ : $\iint_{4\pi} p(\theta) d^2\Omega = 1$

3. Certains auteurs préfèrent définir une fonction de phase sans unité par :

$$p(\theta) = 4\pi \frac{1}{\sigma_{\text{scatt}}} \frac{d^2\sigma_{\text{scatt}}}{d^2\Omega}(\vec{\Omega}_d) \quad \text{alors normalisée par} \quad \iint_{4\pi} \frac{p(\theta)}{4\pi} d^2\Omega = 1$$

Caractérisation du rayonnement diffusé : facteur d'asymétrie

Le **facteur d'asymétrie** g caractérise le sens (avant/arrière) privilégié de la diffusion :

$$g = \iint_{4\pi} p(\theta) \cos \theta d^2\Omega = \langle \cos \theta \rangle \quad (47)$$

$$g \begin{cases} > 0 & \text{diffusion plus forte vers l'avant} \\ = 0 & \text{diffusion aussi forte vers l'avant que vers l'arrière} \\ < 0 & \text{diffusion plus forte vers l'arrière} \end{cases}$$

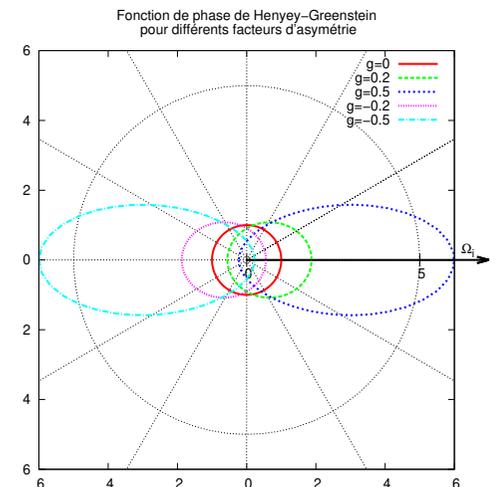
Un exemple : la fonction de phase de Henyey-Greenstein

Fonction de phase analytique sans base physique explicite, avec un seul paramètre g qui est le facteur d'asymétrie.

$$p(\mu) = \frac{1}{4\pi} \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2\mu g)^{3/2}} \quad (48)$$

où $\mu = \cos \theta$ et $\iint p(\mu) \mu d\mu d\varphi = g$.

Figure 44 – Fonction de phase $4\pi p(\theta)$ de Henyey-Greenstein pour différentes valeurs du facteur d'asymétrie g . Vue en coupe dans le plan de diffusion défini par $\vec{\Omega}_i$ et $\vec{\Omega}_d$, elle admet une symétrie de révolution autour de l'axe $\vec{\Omega}_i$ représenté ici horizontalement.



La diffusion Rayleigh

Domaine des très petites particules et en particulier des molécules de l'air : $r/\lambda \ll 1$.

$$\sigma_{\text{diff}}^R \approx 4 \times 10^{-32} \left(\frac{1 \mu\text{m}}{\lambda} \right)^4 \quad (\text{en m}^2) \quad (49)$$

Efficacité décroissant très rapidement avec la longueur d'onde, $\sigma_{\text{diff}}^R \propto \lambda^{-4}$, donc négligée en infra-rouge tellurique.

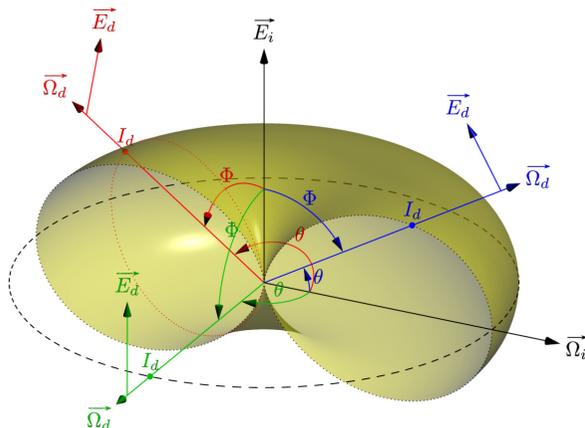
Répartition angulaire de la diffusion Rayleigh en lumière polarisée

Cas d'un faisceau incident polarisé linéairement de champ électrique \vec{E}_i .
Champ rayonné (à grande distance) par le dipôle induit $\vec{E}_d \propto \sin \Phi$, où $\Phi = (\vec{E}_i, \vec{\Omega}_d)$ et $\vec{\Omega}_d$ la direction de propagation du champ diffusé.

\vec{E}_i , $\vec{\Omega}_d$ et \vec{E}_d dans le même plan.
Intensité du champ diffusé
 $I_d \propto \sin^2 \Phi$.

Figure 45 – Indicatrice de la diffusion Rayleigh en lumière polarisée : tore d'axe parallèle à \vec{E}_i
 $\theta = (\vec{\Omega}_i, \vec{\Omega}_d)$ est l'angle de diffusion
Trois cas représentés :

vert $\vec{\Omega}_d \perp \vec{E}_i$
bleu $\vec{\Omega}_d$ dans le plan $\vec{E}_i, \vec{\Omega}_i$
rouge cas général



Couleur du ciel clair

- Couleur bleue du ciel clair aux faibles angles zénithaux (trajet court dans les couches denses).
- Couleur orangée du ciel clair aux grands angles zénithaux.

Compétition entre deux facteurs :

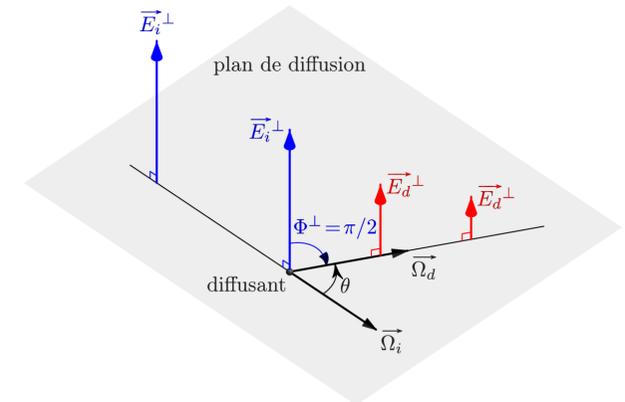
- section efficace différentielle de diffusion en λ^{-4}
- et transmission en $\exp(-\tau)$ où $\tau_{\text{Rayleigh}} \propto \lambda^{-4} \sec \theta$.

On montre que le maximum est atteint pour $\tau = 1$.

Exemple numérique : au zénith $\tau_{0,5 \mu\text{m}}^R(0, z = \infty) \approx 0,137$ et $\tau_{0,3 \mu\text{m}}^R(0, z = \infty) \approx 1,06$
Mais hors ciel clair, il faut prendre en compte les effets de diffusion par les aérosols et les nuages.

Répartition angulaire de la diffusion Rayleigh : polarisation perpendiculaire

Figure 46 – Géométrie de la diffusion Rayleigh en polarisation perpendiculaire au plan de diffusion : $\Phi^\perp = \pi/2 \quad \forall \theta$
Tous les champs sont perpendiculaires au plan de diffusion.
Coupe du tore selon un plan \perp axe
 \Rightarrow cercle $I_d^\perp(\theta) = I_d^\perp(0)$



Répartition angulaire de la diffusion Rayleigh : polarisation parallèle

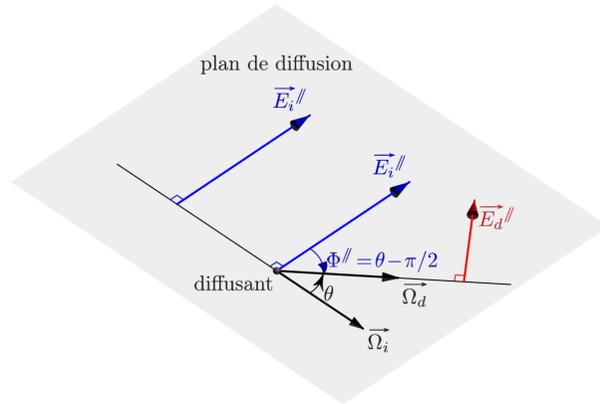
Figure 47 – Géométrie de la diffusion Rayleigh en polarisation parallèle au plan de diffusion : $\Phi_{\parallel} = \theta - \pi/2$.

Tous les champs sont dans le plan de diffusion.

Coupe du tore par un plan passant par l'axe

\Rightarrow deux lobes

$$I_d^{\parallel}(\theta) = I_d^{\parallel}(0) \cos^2(\theta)$$



Répartition angulaire de la diffusion Rayleigh : lumière naturelle

La lumière naturelle peut être décomposée en une composante perpendiculaire au plan de diffusion et une composante parallèle.

- Pour la composante perpendiculaire (cf. fig. 46), $\Phi_{\perp} = \pi/2$, et la diffusion est indépendante de θ : coupe du tore selon un plan perpendiculaire à son axe, donc un cercle.
- Pour la composante parallèle (cf. fig. 47), $\Phi_{\parallel} = \theta - \pi/2$, et la diffusion est en $\cos^2 \theta$: coupe du tore selon un plan passant par son axe.

On en déduit la fonction de phase de la diffusion Rayleigh en lumière naturelle (cf. fig. 48 et 49), en sommant les deux contributions :

$$p(\theta) = C(1 + \cos^2 \theta) \quad (50)$$

où C est une constante que la normalisation de la fonction de phase (50), $\int_{4\pi} p(\theta) d^2\Omega = 1$, permet de calculer $C = 3/16\pi \text{ sr}^{-1}$.

La lumière naturelle est donc polarisée par la diffusion Rayleigh. La diffusion Rayleigh présente des maxima vers l'avant et vers l'arrière, mais elle reste symétrique ($g = 0$).

Répartition angulaire de la diffusion Rayleigh : lumière naturelle

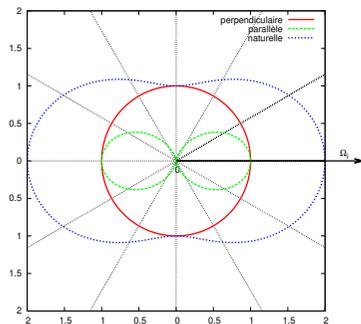


Figure 48 – Indicatrice de la diffusion Rayleigh en lumière naturelle : $\frac{16\pi}{3} p(\theta) = 1 + \cos^2 \theta$ avec les contributions des polarisations parallèle et perpendiculaire. Coupe dans le plan de diffusion.

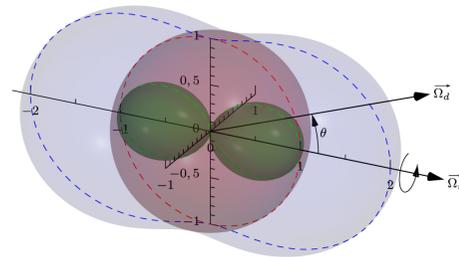


Figure 49 – Indicatrice de la diffusion Rayleigh vue en volume avec les contributions des polarisations parallèle et perpendiculaire au plan de diffusion. Symétrie de révolution autour de l'axe $\vec{\Omega}_i$

Diffusion Mie : introduction

- Formulation des équations de Maxwell en coordonnées sphériques à l'aide des potentiels de Hertz (vectoriels) puis de Debye (scalaires) vérifiant l'équation scalaire des ondes ;
- Recherche de solutions séparables $R(r)\Theta(\theta)\Phi(\varphi)$, ce qui donne 3 équations différentielles ordinaires, puis expression des solutions en termes de série de multipôles : fonctions de Ricatti-Bessel de la distance r , polynômes de Legendre en $\cos \theta$ et séries de Fourier en φ ;
- Identification des coefficients par application des conditions aux limites (champ incident imposé à l'infini et continuité des composantes tangentielles des champs électrique et magnétique à la surface de la sphère) ;
- Expression du champ diffusé à grande distance donc transverse en $1/r$;
- Calcul des sections efficaces.

On définit l'**efficacité de diffusion** $Q_{\text{diff}}(x) = \frac{\sigma_{\text{diff}}}{\pi r^2}$, en fonction du paramètre de taille de la sphère $x = 2\pi r/\lambda$ et de l'indice n relatif du diffusant par rapport au milieu extérieur.

Diffusion Mie : efficacité de diffusion

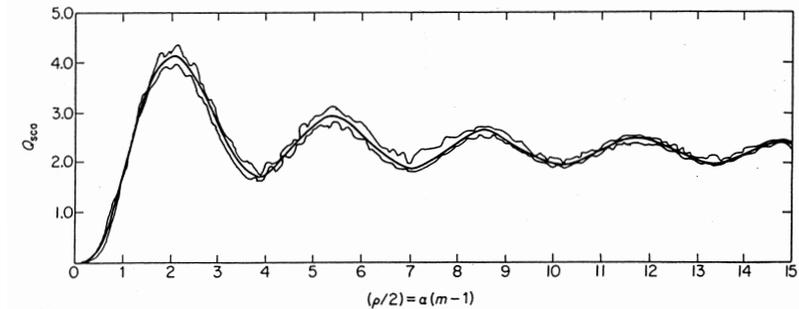
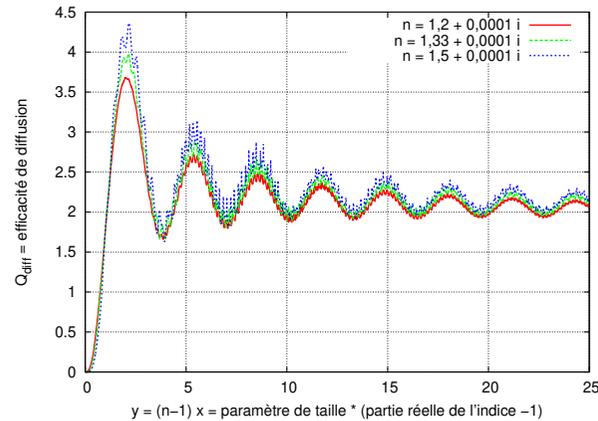


FIG. 4.11. Envelope and average values of Q_{sca} for 1500 computed points in the range $1.33 \leq m \leq 1.50$ plotted against the parameter $(\rho/2) = \alpha(m-1)$ (Pennndorf, 1958).

Figure 51 – Efficacité de diffusion de particules sphériques en fonction de $y = 2\pi r(n-1)/\lambda$ pour 1500 valeurs de l'indice entre 1,33 et 1,50 : enveloppe et moyenne (d'après PENNDORF, 1958).

Figure 50 – Efficacité de diffusion $Q_{diff}(y)$ pour des sphères d'indice 1,2, 1,33 et 1,5 en fonction de $y = 2\pi r(n-1)/\lambda = (n-1)x$ $y =$ écart des chemins optiques intérieur et extérieur au cercle de rayon r , compté en nombre de λ



Même allure générale d'oscillation amortie dans une large gamme de valeurs de l'indice n .

- dépendance en x^4 (caractéristique de la diffusion Rayleigh) pour les très petites tailles,
- premier maximum vers $y \approx 2$,
- limite vers 2 (à cause de la diffraction) lorsque le paramètre de taille devient grand,
- oscillations de très petite amplitude à une échelle beaucoup plus fine.

Influence de l'absorption : albédo de diffusion simple

Diffusion non-conservative : $\Im(n) \neq 0$ surtout en infra-rouge (H_2O). On définit alors les sections efficaces d'absorption et d'extinction qui vérifient $\sigma_{ext.} = \sigma_{diff.} + \sigma_{abs.}$, ainsi que les efficacités $Q_{ext.}$ et $Q_{abs.}$.

Définition

La fraction de pertes due à la diffusion est caractérisée par l'**albédo de diffusion simple** ω_s .

$$\omega_s = \frac{\sigma_{diff}}{\sigma_{ext}} = \frac{\sigma_{diff}}{\sigma_{diff} + \sigma_{abs}} \leq 1 \quad (51)$$

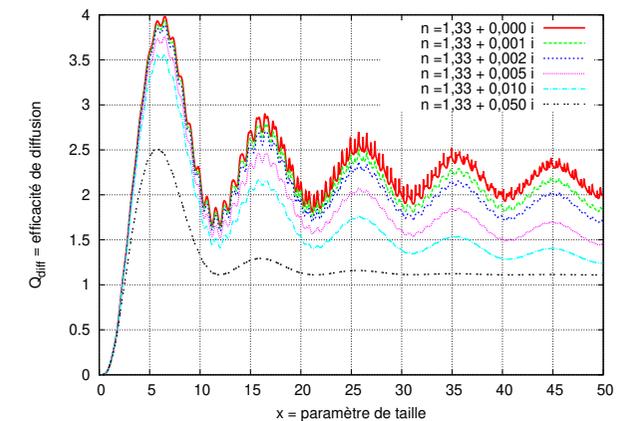
L'absence d'absorption se traduit par $\omega_s = 1$.

Lorsque la partie imaginaire de l'indice augmente (cf. fig. 52), les oscillations de $Q_{diff}(x)$ sont amorties et la limite pour les grandes tailles devient inférieure à 2.

Diffusion Mie : influence de l'absorption

Figure 52 – Efficacité de diffusion en fonction du paramètre de taille $x = 2\pi r/\lambda$ pour des sphères absorbantes : indice de partie réelle $\Re(n) = 1,33$ et différentes valeurs de la partie imaginaire.

La structure fine s'atténue quand l'absorption augmente c-à-d quand $\Im(n)$ croît.



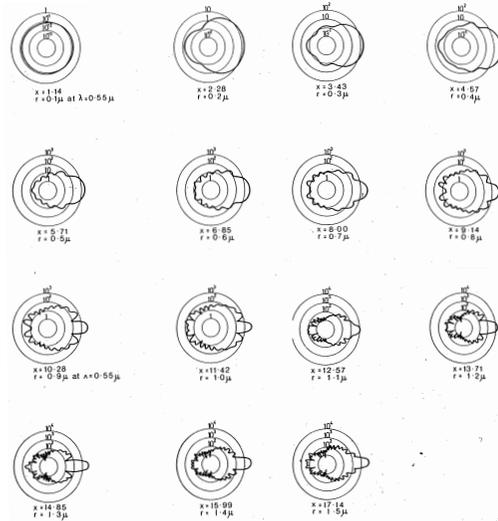
Répartition angulaire de la diffusion

Les indicatrices de diffusion Mie sont beaucoup plus directionnelles que celle de la diffusion Rayleigh, privilégiant les diffusions avant et (dans une moindre mesure) arrière (phénomène observé sur des poussières éclairées par un rayon de soleil)

$g > 0$ et $g \rightarrow 1$ rapidement quand $x \nearrow$.

Figure 53 – Indicatrice de diffusion de particules sphériques pour différentes tailles à $\lambda = 0,55 \mu\text{m}$. Le rayonnement incident est dirigé selon l'axe x vers la droite; noter la très grande dynamique de valeurs et l'échelle logarithmique. La diffusion avant devient prépondérante pour les grandes valeurs du paramètre de taille.

D'après TWOMEY (1977)



Cas d'une population de particules

Une population de particules sphériques de même nature (et donc de même indice m) peut être caractérisée par sa concentration totale $N(\infty)$ et sa distribution en taille normalisée :

$$f(r) = \frac{1}{N(\infty)} \frac{dN(r)}{dr} \quad (52)$$

où $N(r)$ est la concentration de particules de rayon inférieur ou égal à r .

- moment d'ordre 2 lié à la surface;
- moment d'ordre 3 lié au volume donc à la masse de cette population.

En pratique, on intègre sur un domaine limité $[r_{\min}, r_{\max}]$ de rayons : les nombreuses très petites particules contribuent de façon majeure à la concentration totale alors que leur contribution à la surface et surtout au volume est négligeable.

Positions aléatoires des particules et leur distance grande devant $\lambda \Rightarrow$ **sommation incohérente des champs** diffusés : on somme donc les intensités.

Le calcul de k_{ext} du à cette population se fait par intégration de l'efficacité d'extinction pondérée par $\pi r^2 f(r)$: l'intégration \Rightarrow lissage des oscillations de $Q_{\text{ext}}(x, n)$.

Distribution en taille log-normale

Grand domaine de taille \Rightarrow échelle log adaptée. Les distributions en taille des aérosols ne sont pas toujours mono-modales \Rightarrow superposer des formes analytiques mono-modales.

Exemple : la **distribution log-normale** où le logarithme du rayon est gaussien.

$$\frac{1}{N(\infty)} \frac{dN}{d \ln r} = \frac{1}{N(\infty)} r \frac{dN}{dr} = r f(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2} \left[\frac{\ln(r/r_0)}{\sigma}\right]^2\right) \quad (53)$$

- r_0 moyenne géométrique des rayons
- $r_0 e^{\sigma^2/2}$ leur moyenne arithmétique
- $r_m = r_0 e^{-\sigma^2}$ mode

Distribution en puissance et coefficient d'Angström

Cas d'une distribution en puissance (en fonction de $\ln r$)

$$\frac{dN}{d \ln r} = r \frac{dN}{dr} = N(\infty) r f(r) \propto r^{-p} \quad (54)$$

$$f(r) \propto r^{-1-p} \Rightarrow k_{\text{ext}}(\lambda) \propto \int Q_{\text{ext}}(x) \pi r^2 r^{-1-p} dr$$

Le changement de variable $x = 2\pi r/\lambda$ donne

$$k_{\text{ext}}(\lambda) \propto \int Q_{\text{ext}}(x) \pi x^{1-p} \lambda^{2-p} dx \propto \lambda^{2-p} = \lambda^{-p'} \quad (55)$$

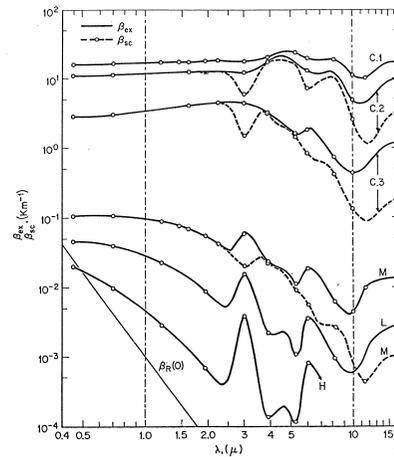
Le **coefficient d'Angström** p' caractérise la dépendance en λ de l'extinction : $p' = p - 2$. $2 \leq p \leq 4 \Rightarrow 0 \leq p' \leq 2$ dépendance beaucoup moins rapide en λ que pour la diffusion Rayleigh (cf. fig. 54) \Rightarrow à grande λ , diffusion dominée par les aérosols et les nuages

Propriétés radiatives des nuages

Figure 54 – Coefficients d'extinction ($\beta_{ex.} = k_{ext.}$ en traits pleins) et de diffusion ($\beta_{sc.} = k_{scat.}$ en pointillés) par unité de longueur de nuages d'eau de différentes distributions en taille en fonction de la longueur d'onde en échelle log-log.

Les différences entre extinction et diffusion sont dues à l'absorption par l'eau dans l'infrarouge. Comparer la dépendance en λ à celle de la diffusion Rayleigh ($\beta_R \propto \lambda^{-4}$).

D'après DEIRMENDJIAN (1969).



Particules non sphériques

L'approximation sphérique n'est plus pertinente dans le cas de particules présentant un rapport d'aspect élevé ou une orientation privilégiée : c'est en particulier le cas des cristaux de glace dans les nuages très froids de haute altitude (cirrus).

La polarisation du rayonnement diffusé est alors modifiée, ce qui permet de détecter les changements de phase liquide-glace dans les nuages notamment par lidar.

Propriétés radiatives des nuages

Couverture nuageuse de l'ordre de 68% et très grande variabilité spatiale et temporelle. Les propriétés radiatives des nuages dépendent de leur masse d'eau liquide ou solide et de leur granulométrie. Leur contenu en masse par unité de surface selon un trajet optique est nommé :

- LWP = **Liquid Water Path** (cf. figure 56) pour les nuages d'eau liquide
- IWP = **Ice Water Path** (cf. figure 55) pour les nuages de glace d'eau.

Solaire :

- diffusion très forte \Rightarrow réflectance solaire élevée (les nuages sont responsables de plus de la moitié de l'albédo de la planète) ;
- absorption faible dans le domaine solaire ;
- diffusion et absorption augmentent avec le contenu en eau ou en glace.

Tellurique : absorptivité et émissivité très fortes \Rightarrow rôle important dans l'effet de serre.

Propriétés radiatives des nuages de glace

Figure 55 – Propriétés radiatives des nuages de glace en fonction du contenu en glace d'eau (**Ice Water Path**) en $g\ m^{-2}$:

- Réflectance et absorptance solaires pour un angle zénithal de $\theta = 60^\circ$, soit $\mu = \cos \theta = 1/2$.

À IWP donc volume fixé, la réflectance diminue quand la taille augmente.

- Émissivité en infra-rouge tellurique. Noter le domaine de valeurs de IWP limité à $50\ g\ m^{-2}$

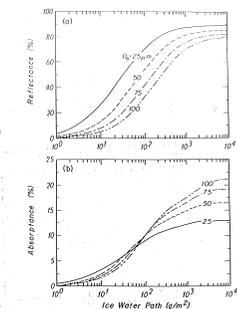
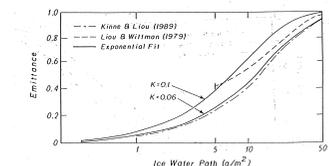


FIG. 5.25 Solar (a) reflectance and (b) absorption for ice clouds as functions of the mean effective size (D_e) and ice water path (IWP) for $\mu_0 = 0.5$.



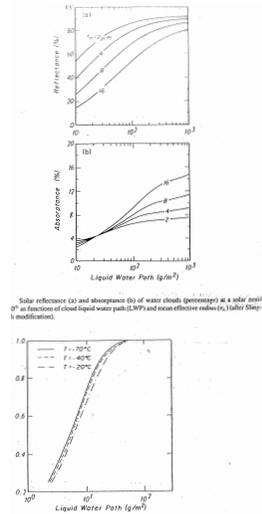
theoretical sources.

131/4

Propriétés radiatives des nuages d'eau liquide

Figure 56 – Propriétés radiatives des nuages d'eau liquide en fonction du contenu en eau liquide (**Liquid Water Path**) en g m^{-2} :

- Réflectance et absorptance solaires pour un angle zénithal de $\theta = 60^\circ$, soit $\mu = \cos \theta = 1/2$ (d'après SLINGO, 1989).
À LWP fixé, donc à volume fixé, la réflectance diminue quand la taille augmente.
- Émissivité en infra-rouge tellurique (STEPHENS, 1984).



Propriétés radiatives des aérosols

- Origines : marine, érosion notamment éolienne (déserts, agriculture), feux, activités humaines, volcans et source météoritique...
- Distinguer les aérosols selon leur temps de résidence : faible en troposphère (lessivage) mais long en stratosphère.
- Couche de Junge vers 20 km d'altitude alimentée par certaines éruptions volcaniques majeures injectant dans la stratosphère des gaz précurseurs (SO_2) qui permettent la formation in-situ de gouttelettes de H_2SO_4 .
- Phénomènes de nucléation, de croissance par hydratation et coagulation.
- Propriétés radiatives liées à la nature (indice) et à la taille des aérosols (suies absorbantes par exemple).

Équation du transfert radiatif : bilan en termes de luminance spectrale

Bilan énergétique en termes de luminance spectrale.

Processus d'interaction rayonnement-matière :

- absorption
- émission thermique
- diffusion par les molécules et les aérosols

En l'absence de sources, la loi de Beer-Lambert s'applique :

$$\frac{dL_\nu}{ds}(P, \vec{u}) = -k_\nu^{\text{ext}}(P)L_\nu(P, \vec{u})$$

Mais il existe des gains de luminance par émission et diffusion. On définit alors une fonction source $J_\nu(P, \vec{u})$ avec le même coefficient k_ν^{ext} par :

$$\frac{dL_\nu}{ds}(P, \vec{u}) = -k_\nu^{\text{ext}}(P)[L_\nu(P, \vec{u}) - J_\nu(P, \vec{u})]$$

$$\frac{dL_\nu}{ds} = -k_\nu^{\text{ext}}[L_\nu - J_\nu] \quad (56)$$

Forme de la fonction source

En l'absence de diffusion la source se réduit à l'émission thermique :

$$k_\nu^{\text{ext}} J_\nu = k_\nu^{\text{abs}} J_\nu = \varepsilon_\nu B_\nu(T)$$

Compte tenu de la loi de Kirchhoff

$$J_\nu^{\text{thermique}} = B_\nu(T)$$

En l'absence d'absorption et d'émission la source se réduit à la diffusion :

$$k_\nu^{\text{ext}} J_\nu = k_\nu^{\text{scatt}} J_\nu = \iint_{4\pi} n_{\text{scatt}} \frac{d^2\sigma}{d^2\Omega}(\vec{u}', \vec{u}) L_\nu(P, \vec{u}') d^2\Omega'$$

Or

$$n_{\text{scatt}} \frac{d^2\sigma}{d^2\Omega}(\vec{u}', \vec{u}) = n_{\text{scatt}} \sigma_{\text{scatt}} p(\vec{u}', \vec{u}) = k_\nu^{\text{scatt}} p(\vec{u}', \vec{u})$$

On en déduit :

$$J_\nu^{\text{scatt}} = \iint_{4\pi} p(\vec{u}', \vec{u}) L_\nu(P, \vec{u}') d^2\Omega'$$

Forme de la fonction source : cas général

$$J_\nu(P, \vec{u}) = \underbrace{(1 - \omega_s)B_\nu(T)}_{\text{émission}} + \omega_s \underbrace{\int_{4\pi} p(\vec{u}', \vec{u}) L_\nu(P, \vec{u}') d^2\Omega'}_{\text{diffusion}} \quad (57)$$

Dans le cas général, la composante de diffusion J_ν^{scatt} de la fonction source est obtenue par une intégrale portant sur la luminance. L'équation générale (56) ou (58) est donc une équation intégral-différentielle.

Quand la fonction source est réduite à l'émission thermique, cette équation est une simple équation différentielle. Si on connaît le profil de température, et ceux des épaisseurs optiques à toutes les longueurs d'onde, on peut en déduire les luminances spectrales par simple intégration.

Expression en coordonnées épaisseur optique

Soit τ_ν l'épaisseur optique *verticale* comptée à partir de 0 au sommet de l'atmosphère et atteignant τ_s au sol ; donc dz et $d\tau_\nu$ sont de signes opposés.

$$d\tau_\nu = -k_\nu^{\text{ext}} dz$$

$$\mu \frac{dL_\nu}{d\tau_\nu} = L_\nu - J_\nu \quad (58)$$

Remarque : si on utilise l'épaisseur optique $\tilde{\tau}$ selon la ligne de visée, $d\tilde{\tau}_\nu = d\tau_\nu/\mu$, donc

$$\frac{dL_\nu}{d\tilde{\tau}_\nu} = L_\nu - J_\nu$$

En l'absence de diffusion, elle se réduit à l'équation de SCHWARZSCHILD (1906) :

$$\frac{dL_\nu}{d\tilde{\tau}_\nu} = L_\nu - B_\nu \quad (59)$$

Intégration formelle de l'équation du transfert radiatif

Pour alléger les notations, on omettra temporairement les indices ν , mais on traite cependant des variables spectrales et en particulier l'épaisseur optique dépend de la fréquence.

$$L - \mu \frac{dL}{d\tau} = J$$

Équation sans second membre :

$$\frac{dL}{L} = \frac{d\tau}{\mu}$$

solution :

$$L(\tau) = L(\tau_1) \exp[-(\tau_1 - \tau)/\mu]$$

Équation avec second membre :

$$\begin{aligned} L(\tau) &= K(\tau) \exp[\tau/\mu] \\ -\mu \frac{dL}{d\tau} &= -\mu K(\tau) \frac{1}{\mu} \exp[\tau/\mu] - \mu \frac{dK}{d\tau} \exp[\tau/\mu] \end{aligned}$$

$$J(\tau) = -\mu \frac{dK}{d\tau} \exp[\tau/\mu]$$

Intégration formelle de l'équation du transfert radiatif (suite)

D'où :

$$K(\tau) = - \int_{\tau_1}^{\tau} J(\tau') \exp[-\tau'/\mu] \frac{d\tau'}{\mu} + K(\tau_1)$$

$$L(\tau) = - \int_{\tau_1}^{\tau} J(\tau') \exp[-(\tau' - \tau)/\mu] \frac{d\tau'}{\mu} + K(\tau_1) \exp[\tau/\mu] \quad (60)$$

avec les conditions aux limites aux extrémités de l'atmosphère.

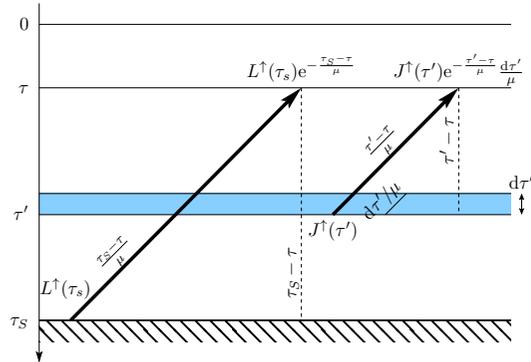
Propagation vers le haut $\mu > 0$

Condition à la limite à la surface, donc choisir $\tau_1 = \tau_s > \tau$. $L^\uparrow(\tau_s) = K(\tau_s) \exp(\tau_s/\mu)$

$$L^\uparrow(\tau) = \underbrace{\int_{\tau}^{\tau_s} J(\tau') \exp[-(\tau' - \tau)/\mu] \frac{d\tau'}{\mu}}_{\text{contribution des couches inférieures}} + \underbrace{L^\uparrow(\tau_s) \exp[-(\tau_s - \tau)/\mu]}_{\text{contribution de la surface}} \quad (61)$$

Figure 57 – Les deux contributions à la luminance montante à l'altitude définie par l'épaisseur optique τ :

- l'une, localisée, issue de la surface τ_s
- et l'autre, répartie, issue des couches inférieures $\tau' > \tau$.

Propagation vers le bas $\mu < 0$

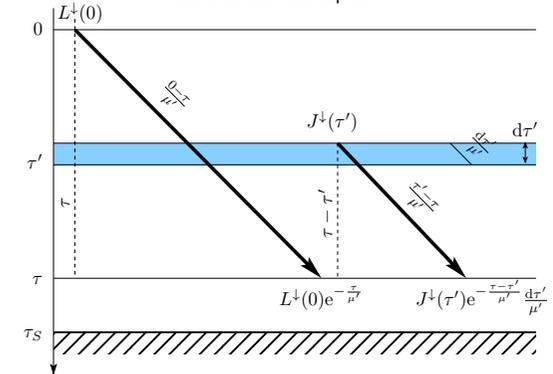
Condition à la limite au sommet : choisir $\tau_1 = 0$ donc $L^\downarrow(0) = K(0)$. Poser $\mu' = -\mu > 0$.

$$L^\downarrow(\tau) = \underbrace{\int_0^\tau J(\tau') \exp[-(\tau - \tau')/\mu'] \frac{d\tau'}{\mu'}}_{\text{contribution des couches supérieures}} + \underbrace{L^\downarrow(0) \exp[-\tau/\mu']}_{\text{contribution solaire au sommet de l'atmosphère}} \quad (62)$$

Dans tous les cas, l'argument des exponentielles est négatif, ce qui signifie une atténuation selon le sens de la propagation.

Figure 58 – Les deux contributions à la luminance descendante à l'altitude définie par l'épaisseur optique τ :

- l'une, localisée, issue de l'espace $\tau = 0$
- et l'autre, répartie, issue des couches supérieures $\tau' < \tau$.



Plan du chapitre rayonnement dans l'atmosphère : domaine solaire

1 Introduction

- Structure thermique verticale moyenne de l'atmosphère
- Répartition spectrale de l'absorption
- Espèces chimiques
- Transmission globale de l'atmosphère

2 Absorption du rayonnement solaire UV et visible

- Rappel : maximum d'absorption et profil de Chapman
- Taux de photodissociation
- Absorption par l'oxygène moléculaire
- Absorption par l'ozone
- Cycle de Chapman simplifié de l'ozone
- Taux de chauffage stratosphérique par l'ozone

3 Rôle de la diffusion et de l'albédo de la surface dans l'UV et le visible

- Différentes contributions au flux sphérique
- Sans diffusion multiple, ni albédo
- Effet de la diffusion multiple
- Effet de l'albédo de la surface

4 Simplification de l'équation du transfert radiatif suivant les domaines spectraux

- Fonction source suivant les domaines spectraux
- Simplification suivant les domaines spectraux

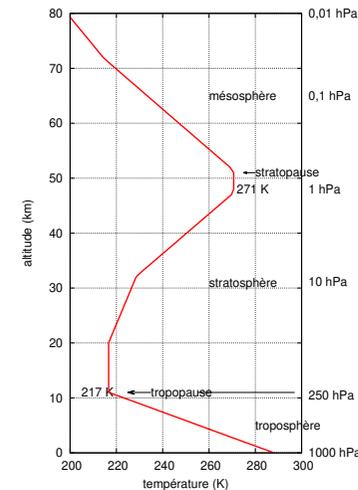


Figure 59 – Profil vertical moyen de température dans le modèle «US-Standard atmosphere 1976»

- **Troposphère** de la surface (1000 hPa, 288 K) à environ 10 km (250 hPa, 217 K, **tropopause**) : 3/4 de la masse de l'atmosphère où $\frac{dT}{dz} = -6,5 \text{ K/km}$

- **Stratosphère** plus stable où T croît jusqu'à environ 50 km (**stratopause** à 271 K vers 1 hPa).

- **Mésosphère** T décroît jusqu'à la **mésopause**, vers 85 km.

Homosphère où les processus de mélange dominant \Rightarrow masse molaire de l'air constante : jusqu'à la mésopause.

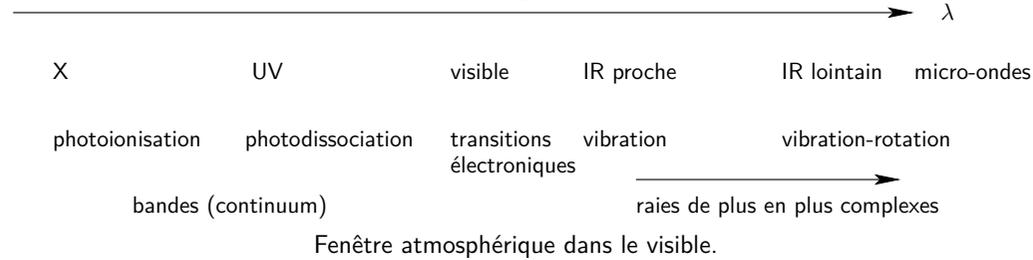
Hétérosphère où les espèces diffusent selon leur masse propre : au dessus de la mésopause.

- Stratosphère : structure thermique verticale de l'atmosphère déterminée par l'équilibre radiatif ;
- Troposphère : importance des flux non radiatifs pour expliquer l'équilibre thermique.

Répartition spectrale de l'absorption

Les propriétés spectroscopiques des gaz atmosphériques sont liées à leur structure moléculaire.

Par ordre d'énergie décroissante



Espèces chimiques

Définition

L'abondance totale d'un constituant atmosphérique peut être caractérisée par son **épaisseur réduite**, Δz_i : hauteur de la colonne verticale qu'il occuperait seul ramené au sol.

$$\Delta z_i n_{\text{air}}(z=0) = \int_0^{\infty} n_i(z) dz \quad (63)$$

où $n_{\text{air}}(z=0) \approx 2,55 \times 10^{25}$ molécules m^{-3} est la concentration de l'air au sol à 15 °C.

Dans les conditions standard, $T = 273,15$ K et $p = 1,013 \times 10^5$ Pa,

$n_{\text{air}}(z=0) \approx 2,69 \times 10^{25}$ molécules m^{-3} appelé **nombre de Loschmidt**.

L'épaisseur réduite est donc le contenu intégré vertical du constituant divisé par la concentration de l'air à la surface.

Exemples :

- pour l'air, on retrouve l'échelle de hauteur (**scale height**) : $\Delta z_{\text{air}} = \frac{kT}{mg} = H_{\text{air}} \approx 8$ km.
- pour l'ozone : $\Delta z_{\text{ozone}} \approx 3$ mm.

Espèces chimiques

Définition

Le rapport de mélange en volume $r_i(z) = n_i(z)/n_{\text{air}}(z)$ permet de caractériser la répartition verticale d'un gaz.

Il s'exprime traditionnellement en

- **ppmv** ($= 10^{-6}$ = parties par million en volume)
- **ppbv** ($= 10^{-9}$ = parties par milliard en volume).

Dans l'homosphère (jusqu'à la mésopause vers 90 km d'altitude), les espèces non actives chimiquement ou thermodynamiquement (changements de phase par exemple) sont en équilibre de mélange, donc en rapport de mélange constant.

Au dessus de la mésopause, dans l'hétérosphère, les espèces suivent des distributions verticales différentes liées à leur masse, et la masse molaire moyenne dépend de l'altitude.

La distribution verticale d'un constituant et ses propriétés spectroscopiques induisent un couplage entre la répartition verticale de l'absorption et sa répartition spectrale.

Rapports de mélange des espèces chimiques

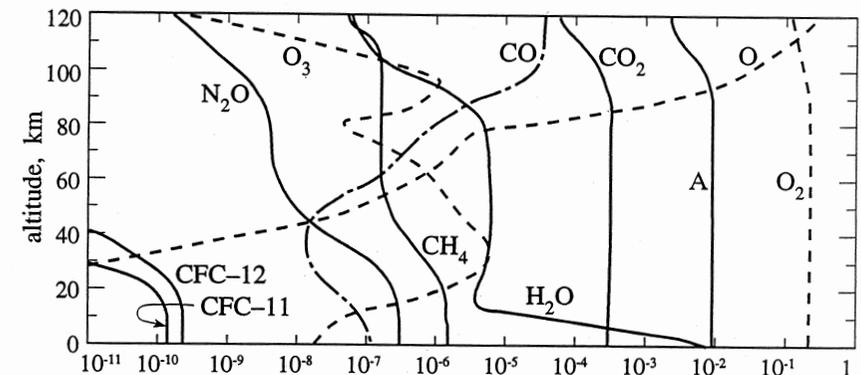


Figure 60 – Rapport de mélange des gaz atmosphériques d'intérêt radiatif (échelle logarithmique) : repérer le maximum sachant qu'hormis pour l'ozone, les rapports de mélange décroissent avec l'altitude. D'après [GOODY \(1995\)](#).

Espèces chimiques

Par rapport de mélange décroissant, en négligeant les espèces non actives radiativement :

- les majoritaires mélangés :
 - N_2 représente 78 % du gaz atmosphérique ;
 - O_2 représente 21 % du gaz atmosphérique ;
 molécules diatomiques symétriques possédant un seul mode de vibration ;
spectre pauvre en IR, d'où le rôle des minoritaires.
- les minoritaires radiativement actifs (la plupart triatomiques) :
 - H_2O , essentiellement troposphérique, de concentration très variable :
 $r_{H_2O}^{max} \approx 0,01$ et $H_{H_2O} \approx 2$ km donc $\Delta z_{H_2O} \approx 20$ m ;
 - CO_2 en rapport de mélange constant, ≈ 420 ppmv (déc. 2022) corrigé des variations saisonnières, $+0,5$ % par an ($\Delta z_{CO_2} \approx 3,2$ m) ;
 - O_3 , essentiellement stratosphérique ($r_{max} \approx 10^{-5}$, $\Delta z_{O_3} \approx 3$ mm) ;
 - CH_4 , en rapport de mélange constant dans la troposphère (1,9 ppmv fin 2022) ;
 - N_2O , CO, ... CFC (chloro-fluoro-carbones).

Transmission globale de l'atmosphère

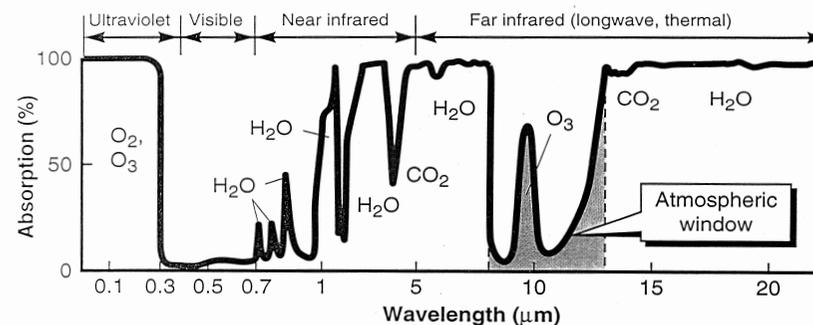


Figure 61 – Transmission globale de l'atmosphère : transparente dans le visible, forte absorption en UV et en infra-rouge tellurique, sauf dans la fenêtre IR (cf. fig. 62).

Transmission globale de l'atmosphère

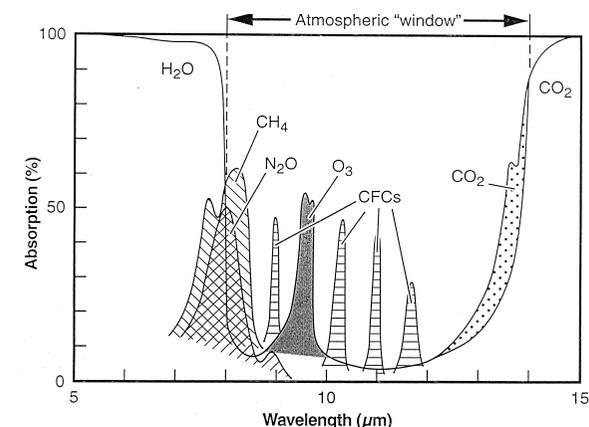
La transmission globale de l'atmosphère est

- négligeable pour les UV en dessous de $0,3 \mu m$ (absorption par N_2 , O_2 et O_3) ;
- **bonne dans le visible** autour du maximum du flux solaire ; l'absorption du flux solaire visible se fait donc essentiellement à la surface.
- moyenne dans l'IR proche (solaire) à cause de H_2O ;
- **très faible dans l'infra-rouge tellurique**. L'essentiel du rayonnement émis par la surface est donc absorbé par l'atmosphère, qui à son tour réémet vers l'espace et ... vers la surface : c'est le phénomène de **effet de serre** ;
Il existe cependant une fenêtre entre 8 et $12 \mu m$ où la transmission est meilleure : ce sont les composés chimiques absorbant dans cette fenêtre infra-rouge qui vont présenter le plus fort potentiel d'augmentation de l'effet de serre. En effet, hors de cette fenêtre, l'absorption atmosphérique est pratiquement saturée.

Transmission globale de l'atmosphère : zoom sur la fenêtre

Figure 62 – Absorption en fonction de la longueur d'onde dans la fenêtre infra-rouge de l'atmosphère terrestre entre $8 \mu m$ et $12 \mu m$, délimitée par H_2O et CO_2 .

Les minoritaires absorbant dans cette fenêtre (O_3 , CH_4 et les CFC) ont un fort potentiel d'effet de serre additionnel.



Rappel : maximum d'absorption et profil de Chapman

Si l'absorbant décroît de façon exponentielle avec l'altitude, le maximum d'absorption se produit au niveau \hat{z} où $\tau(\hat{z}, \infty) = 1$ selon la direction de propagation.

Hypothèse applicable :

- aux majoritaires (N_2 et O_2) qu'ils soient en équilibre de mélange (dans l'homosphère) ou de diffusion (dans l'hétérosphère),
- à l'ozone au dessus de son maximum de concentration (échelle de hauteur voisine de 5 km).

Elle permet d'estimer l'altitude de pénétration du flux solaire à $1/e$ en fonction de la longueur d'onde (cf. fig. 63).

Pénétration du rayonnement solaire dans l'atmosphère

Ordre de grandeur approximatif de \hat{z} par grand domaine spectral :

domaine spectral	absorbant	\hat{z}
$\lambda < 100$ nm	N_2, O	150 km
$100 \text{ nm} < \lambda < 200$ nm	O_2	100 km
$200 \text{ nm} < \lambda < 300$ nm	O_3	45 km

Noter la pénétration de la raie Lyman α jusqu'à 80 km, car elle coïncide avec un minimum d'absorption de l'oxygène.

D'après BRASSEUR et SOLOMON (1986).

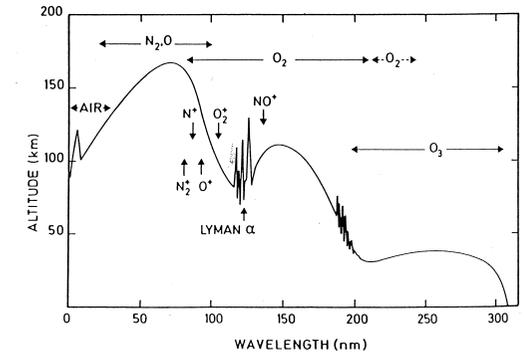


Figure 63 – Pénétration du rayonnement solaire dans l'atmosphère en fonction de λ : altitude où le rayonnement est atténué d'un facteur $1/e$.

Taux de photodissociation

Définition

La probabilité qu'une molécule X soit photodissociée par l'absorption d'un photon pendant la durée dt est $J_X dt$ où J_X est le **taux de photodissociation** de la molécule X.

$$J_X = -\frac{1}{[X]} \frac{d[X]}{dt} \text{ en } s^{-1} \quad \Rightarrow \quad \frac{d[X]}{dt} = -J_X [X] \quad (64)$$

Si le spectre d'absorption de la molécule couvre la bande $[\nu_1, \nu_2]$, $J_X = \int_{\nu_1}^{\nu_2} j_{X,\nu} d\nu$ où $j_{X,\nu}$ s'exprime en $s^{-1} \text{ Hz}^{-1}$. Le taux total est donc la somme des contributions de chacune des bandes d'absorption (cf. fig. 65 et 68).

Expression du taux de photodissociation

L'orientation du rayonnement intercepté par la molécule est indifférente, donc $j_{X,\nu}$ est proportionnel au flux sphérique photonique $q_\nu/h\nu$ et à la section efficace d'absorption $\sigma(\nu)$.

$$j_{X,\nu} = \eta_\nu \sigma(\nu) \frac{q_\nu}{h\nu} \quad \text{où} \quad (65)$$

- η_ν est le rendement quantique proche de 1 sauf au bord de la bande, $\eta_\nu =$ proportion de molécules dissociées parmi celles qui ont absorbé un photon autres possibilités : émission d'un photon, collision, ionisation, réaction chimique.
- $\sigma(\nu)$ est la section efficace d'absorption (en m^2),
- $h\nu$ l'énergie d'un photon (en J),
- et $q_\nu = \iint_{4\pi} L_\nu(\vec{\Omega}') d^2\Omega'$ le flux sphérique incident en $W m^{-2} \text{ Hz}^{-1}$. $\frac{q_\nu}{h\nu}$ est le flux sphérique photonique.

Expression du taux de photodissociation

Si on néglige l'albédo de la Terre et la diffusion, seul le flux solaire direct est intercepté par les molécules. La luminance est donc nulle en dehors de la direction du Soleil, vu sous un angle solide Ω'_S depuis la Terre.

$$q_\nu(z = \infty) = \iint_{4\pi} L_\nu(\vec{\Omega}') d^2\Omega' = L_{\nu, \text{Soleil}} \Omega'_S \quad \text{où} \quad \Omega'_S = \frac{\pi R_S^2}{D_{TS}^2}$$

$$q_\nu(z = \infty) = \frac{\pi R_S^2}{D_{TS}^2} L_{\nu, S} = \frac{R_S^2}{D_{TS}^2} M_{\nu, S}$$

$$j_\nu(\infty) = \eta_\nu \left(\frac{R_S}{D_{TS}} \right)^2 \frac{M_{\nu, S} \sigma(\nu)}{h\nu}$$

Le taux de photodissociation reste indépendant de l'altitude tant que l'épaisseur optique est négligable : plus la section efficace est forte, plus rapidement le taux diminue.

Section efficace d'absorption de l'oxygène moléculaire

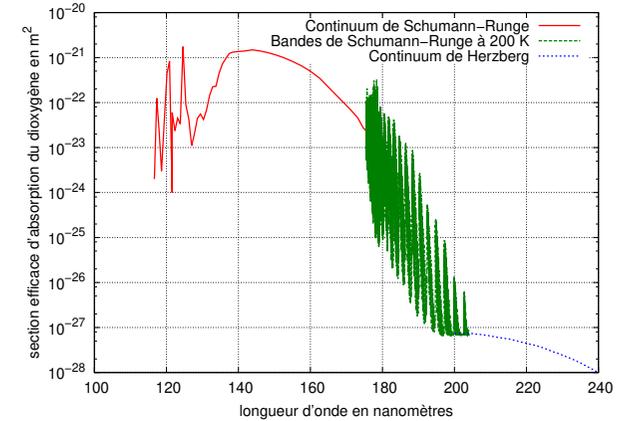


Figure 64 – Section efficace d'absorption du dioxygène (Franck LEFÈVRE, LATMOS, communication personnelle)

Section efficace d'absorption de l'oxygène moléculaire

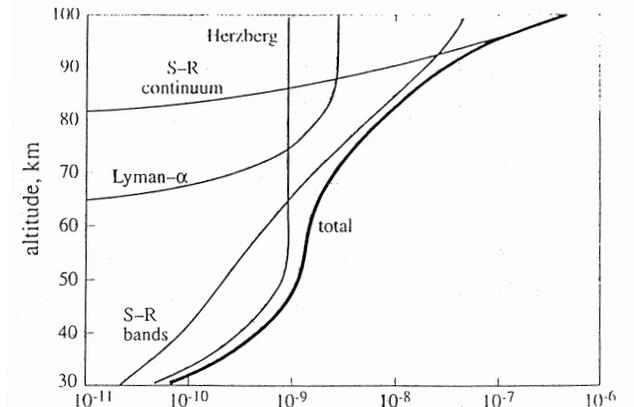
domaine spectral		σ_{\max} en m^2
$\lambda < 130 \text{ nm}$	continuum d'ionisation	$qq \ 10^{-21}$
$130 \text{ nm} < \lambda < 170 \text{ nm}$	continuum de Schumann Runge	$qq \ 10^{-21}$
$170 \text{ nm} < \lambda < 200 \text{ nm}$	bandes de Schumann Runge	$qq \ 10^{-23}$
$200 \text{ nm} < \lambda < 250 \text{ nm}$	continuum de Herzberg	5×10^{-27}

À 150 nm, vers le maximum du continuum de Schumann Runge, pour un soleil au zénith, $\tau_{O_2} = 1$ pour un contenu intégré en dioxygène de $N_{O_2} = 1/\sigma \approx 10^{21} \text{ m}^{-2}$. Avec des hypothèses très simplifiées, $z \approx 122 \text{ km}$.

Taux de photodissociation de l'oxygène moléculaire

Figure 65 – Taux de photodissociation du dioxygène J_{O_2} en s^{-1} pour le Soleil au zénith, d'après GOODY (1995) :

Le continuum de Schumann-Runge domine au dessus de 95 km, puis les bandes de Schumann-Runge jusqu'à 60 km, et enfin, en dessous, le continuum de Herzberg. Noter aussi la contribution de la raie Lyman- α du Soleil.



Section efficace d'absorption de l'ozone

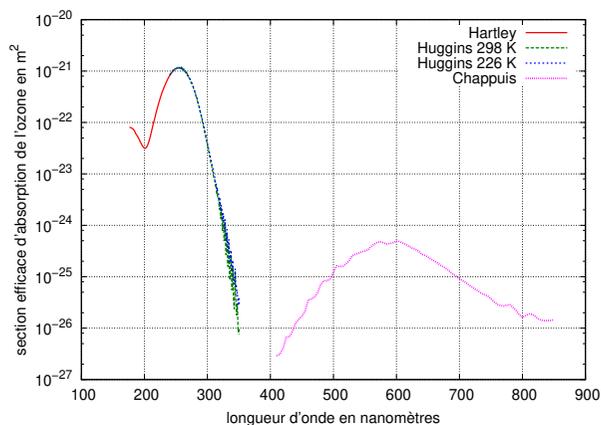


Figure 66 – Section efficace d'absorption de l'ozone (Franck LEFÈVRE, LATMOS, communication personnelle)

Section efficace d'absorption de l'ozone

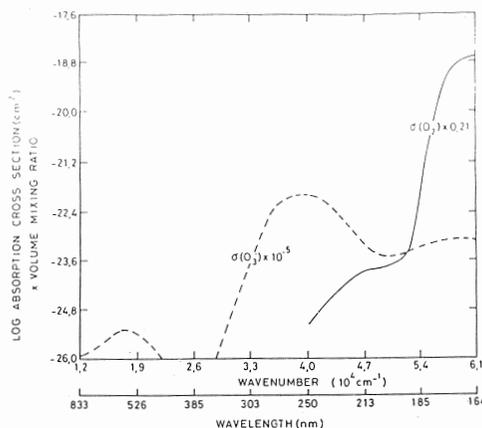
domaine spectral	bandes	σ_{\max}
$200 \text{ nm} < \lambda < 310 \text{ nm}$	Hartley	10^{-21} m^2
$310 \text{ nm} < \lambda < 350 \text{ nm}$	Huggins	10^{-23} m^2
$400 \text{ nm} < \lambda < 800 \text{ nm}$	Chappuis	$5 \times 10^{-25} \text{ m}^2$

fonction de T

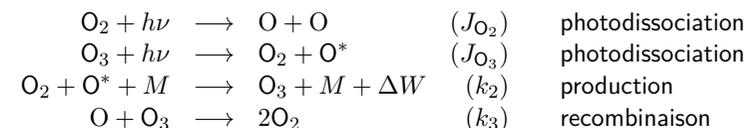
Comparaison de l'absorption par le dioxygène et l'ozone

Figure 67 – Comparaison de l'absorption par le dioxygène et l'ozone : sections efficaces d'absorption pondérées par le rapport de mélange. Le basculement se situe vers 200 nm.

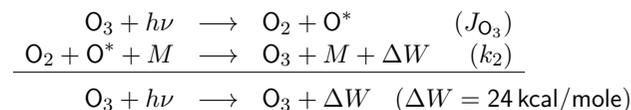
D'après BRASSEUR et SOLOMON (1986)



Cycle de Chapman simplifié de l'ozone



En ne gardant que les deux réactions les plus rapides :



Bilan chimique nul : transformation de rayonnement solaire en énergie interne (chaleur), qui sera évacuée par rayonnement infra-rouge de l'atmosphère.

Cycle de Chapman simplifié de l'ozone

$$\frac{d[O_3]}{dt} = k_2[O_2][O][M] - J_{O_3}[O_3]$$

La concentration d'ozone à l'équilibre photochimique est donc donnée par :

$$J_{O_3}[O_3] = k_2[O_2][O][M]$$

Dans **chacune** des 2 réactions rapides, la concentration en oxygènes impairs $[O_x] = [O] + [O_3]$ est conservée. Elle doit donc l'être avec les 2 autres réactions.

$$2J_{O_2}[O_2] = 2k_3[O][O_3]$$

On en déduit la concentration d'ozone à l'équilibre photochimique, qui dépend du taux de photodissociation du dioxygène (cf. fig. 65) et de celui de l'ozone (cf. fig. 68)...

$$[O_3]^2 = \frac{k_2 J_{O_2}}{k_3 J_{O_3}} [O_2]^2 [M]$$

Modèle très simplifié surestimant l'ozone, car il néglige les puits d'ozone dûs aux espèces chlorées et la chimie hétérogène. De plus, il ne prend pas en compte les phénomènes dynamiques, essentiels pour expliquer la répartition en latitude de l'ozone.

Contenu intégré d'ozone

On définit l'«**unité Dobson**» (**D.U.**) par 1 Dobson = 0,01 mm d'ozone en épaisseur réduite. $\Delta z_{O_3} \approx 3$ mm, soit 300 Dobson, d'où le contenu intégré :

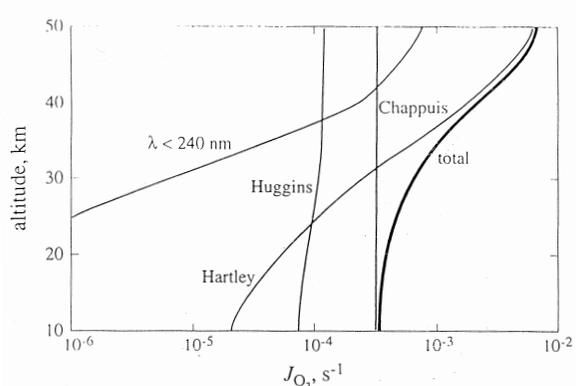
$$N_{O_3} = \int_0^\infty n_{O_3}(z) dz = n_{air}(0) \Delta z_{O_3}$$

$$N_{O_3} \approx 2,7 \times 10^{25} m^{-3} \times 3 \times 10^{-3} m = 8,1 \times 10^{22} m^{-2}$$

Taux de photodissociation de l'ozone

Figure 68 – Taux de photodissociation de l'ozone J_{O_3} en s^{-1} en fonction de l'altitude pour le Soleil au zénith. D'après **GOODY (1995)**

La différence d'ordre de grandeur avec celui de l'oxygène, fig. 65 est due principalement à la croissance rapide du rayonnement solaire entre le domaine spectral UV où absorbe le dioxygène et celui où absorbe l'ozone.



Taux de chauffage stratosphérique par l'ozone

Largement au dessus du maximum, on peut représenter *très grossièrement* la répartition verticale de l'ozone par un profil exponentiel d'échelle de hauteur $H_{O_3} \approx 5$ km.

$$[O_3] = [O_3](30 \text{ km}) \exp \left[-\frac{(z - 30 \text{ km})}{H_{O_3}} \right] \quad z \geq 30 \text{ km} \quad \text{avec} \quad [O_3](30 \text{ km}) \approx 3 \times 10^{18} m^{-3}$$

Alors, le contenu intégré au dessus de z se calcule simplement :

$$\text{pour } z \geq 30 \text{ km} \quad N_{O_3}(z, \infty) = H_{O_3} [O_3](z) \approx 1,5 \times 10^{22} m^{-2} \exp \left[-\frac{(z - 30 \text{ km})}{H_{O_3}} \right]$$

À l'aide de ces approximations, on montre que le maximum du taux de chauffage par l'ozone se situe vers 50 km d'altitude et atteint $11,5 \text{ K jour}^{-1}$.

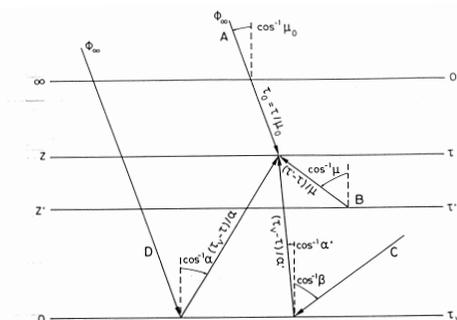
Différentes contributions au flux sphérique

Le flux sphérique spectral q_ν qui cumule les rayonnements issus de toutes les directions est le paramètre pertinent pour la photochimie.

Figure 69 – Différentes contributions au flux sphérique d'origine solaire :

- A rayonnement direct
- B rayonnement diffusé une fois (ou plus si diffusion multiple)
- C rayonnement diffusé (diffusion non représentée ici) puis réfléchi
- D rayonnement réfléchi

D'après BRASSEUR et SOLOMON (1986).



Flux sphérique

Les figures 70, 71 et 72 représentent, en fonction de l'altitude, le rapport $\Phi_\nu(z)/\Phi_\nu(\infty)$ du flux sphérique spectral à sa valeur au sommet de l'atmosphère.

Le spectre est échantillonné à plusieurs longueurs d'onde de 240 nm (courbe A) à 700 nm (courbe N), dans l'ultra-violet et le visible : la source est donc solaire.

On étudie le rôle de la diffusion et de l'albédo de la surface sur le flux sphérique.

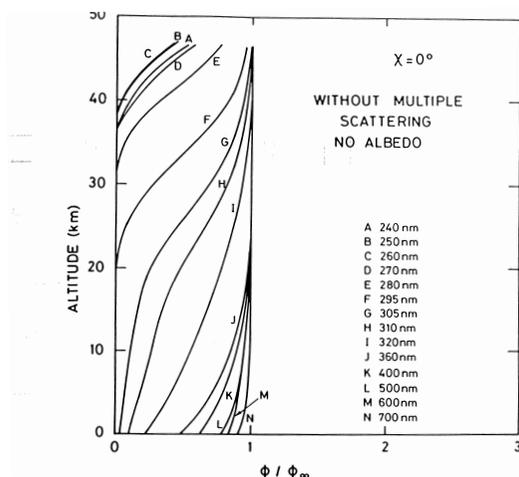
Sans diffusion multiple, ni albédo

Dans un premier temps, la surface est considérée comme totalement absorbante ($A_{\text{surf.}} = 0$) et la diffusion multiple est négligée.

$$q_\nu(z) \leq q_\nu(\infty).$$

Figure 70 – Flux sphérique spectral sans diffusion multiple ni albédo : rapport au flux en haut de l'atmosphère pour différentes longueurs d'onde

D'après BRASSEUR et SOLOMON (1986).



Absorption par l'ozone

Absorption par l'ozone essentiellement dans la stratosphère :

- bandes de Hartley (courbes A à F) avec un maximum vers 250 nm, pas de pénétration du flux en dessous de l'altitude du maximum d'ozone
- bandes de Huggins (courbes G à I)
- bandes de Chappuis (courbes K à N) avec un maximum à 600 nm (courbe M), pénétration jusqu'à la surface

Altitude du maximum de taux d'absorption $\frac{dq_\nu}{dz}$: au point d'inflexion de la courbe $q_\nu(z)/q_\nu(\infty)$.

Dans le cas d'un absorbant unique à profil vertical exponentiel, ce maximum correspond à $\tau_\nu = 1$ (cf. profil de Chapman).

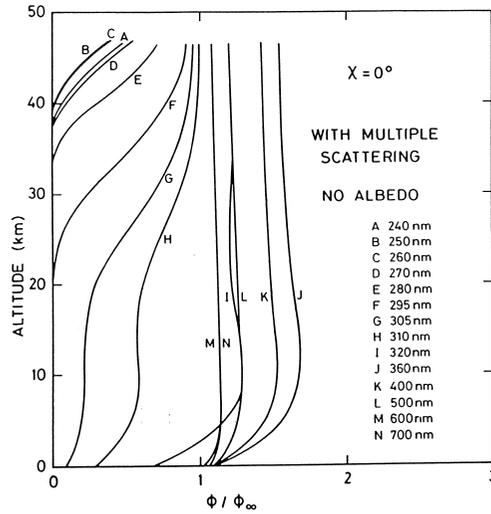
Atténuation par diffusion Rayleigh et aérosols : essentiellement dans les couches denses donc en troposphère.

Forte dépendance en longueur d'onde pour la diffusion Rayleigh.

Effet de la diffusion multiple

La diffusion multiple ne peut contribuer efficacement que pour le flux parvenant dans les basses couches (denses), donc peu d'effet en UV (courbes A à F). Puis, la compétition entre la décroissance de l'absorption par l'ozone et la diminution de l'efficacité de la diffusion Rayleigh ($\propto \lambda^{-4}$) aboutit à un renforcement maximal de l'ordre de 1,5 vers 360 nm (courbe J), plus faible longueur d'onde où l'ozone n'absorbe plus. L'augmentation du flux est uniforme en altitude, sauf près de la surface, considérée ici absorbante.

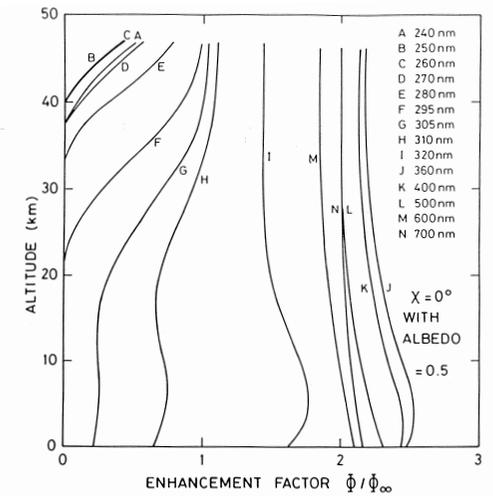
Figure 71 – Flux sphérique avec diffusion multiple sans albédo : rapport au flux sans diffusion ni albédo en haut de l'atmosphère
D'après BRASSEUR et SOLOMON (1986).



Effet de l'albédo de la surface

Pour les longueurs d'onde pénétrant jusqu'à la surface, le sol se comporte comme une source secondaire diffuse qui permet une homogénéisation verticale de $q_\nu(z)$. Noter que le flux sphérique dans la stratosphère peut être affecté par l'albédo de la surface et plus généralement des basses couches (nuages), ce qui peut créer un couplage entre la couverture nuageuse ou neigeuse et la photochimie stratosphérique (par exemple pour l'ozone dans les bandes de Chappuis).

Figure 72 – Flux sphérique avec diffusion multiple et albédo de surface d'après BRASSEUR et SOLOMON (1986).



Fonction source suivant les domaines spectraux

$\lambda < 4 \mu\text{m}$ Rayonnement solaire dominant : négliger l'émission tellurique

Séparer les contributions :

- flux direct (μ_0, φ_0) monodirectionnel
- rayonnement diffusé une fois $\omega_s p_\nu(\tau_\nu, \mu_0, \varphi_0, \mu, \varphi)$
- rayonnement diffusé plusieurs fois, donc issu de toutes les directions possibles (la diffusion multiple ne se développe que dans les milieux denses, où la probabilité de rencontrer un élément diffusant, molécule ou particule, est élevée : donc dans les très basses couches de l'atmosphère et dans les nuages denses).
- les phénomènes de réflexion diffuse à la surface ou sur les nuages denses peuvent être pris en compte en tant que sources secondaires caractérisées par leur albédo.

$\lambda > 4 \mu\text{m}$ Rayonnement infra-rouge tellurique dominant : négliger la diffusion

- une source localisée : émission de la surface (corps noir) isotrope et atténuation $L_{\text{surf.}}(\tau_\nu, \mu, \varphi) = B_\nu(T_{\text{surf.}}) \exp[-(\tau_{\text{surf.}} - \tau_\nu)/\mu]$
- une source répartie : émission atmosphérique isotrope $J_{\text{atm.}}(\tau_\nu, \mu, \varphi) = B_\nu(T_{\tau_\nu})$

Simplification suivant les domaines spectraux

Le domaine où le rayonnement solaire domine peut encore être subdivisé en tenant compte de la très faible absorption dans le visible.

λ	UV	VISible	IR proche	IR tellurique
Source	solaire			tellurique
Absorption	O ₂ , O ₃	non (fenêtre)	H ₂ O	CO ₂ , H ₂ O, O ₃ , nuages
Diffusion	oui			négligeable
ω_s	$0 < \omega_s < 1$	$\omega_s = 1$	$0 < \omega_s < 1$	$\omega_s = 0$

- 1 Absorption dans l'infra-rouge
 - Absorbants atmosphériques dans l'infra-rouge
 - Spectres dans l'infra-rouge
 - Élargissement collisionnel (Lorentz)
 - Élargissement Doppler (gaussienne)
 - Les deux élargissements : profil de Voigt
 - Saturation de l'absorption
- 2 Équations des flux surfaciques verticaux en infra-rouge tellurique
 - Introduction
 - Flux monochromatiques : intégration angulaire
 - Solutions de l'équation de transfert en IR tellurique
 - Définition des flux surfaciques hémisphériques et isotropie horizontale
 - Transmissions directionnelle et diffuse
 - Approximation du noyau exponentiel
 - Principe
 - Expression des flux surfaciques de bande en fonction de l'épaisseur optique oblique à $\bar{\mu}$
 - Équations différentielles des flux surfaciques verticaux de bande

- 3 Méthode à deux flux pour l'équilibre radiatif
 - Introduction
 - Résolution
 - Application des conditions aux limites
 - Conséquences et discussion
 - Conclusion : pas d'équilibre radiatif en basse troposphère
- 4 Taux de refroidissement/chauffage radiatif en infra-rouge tellurique
 - Notations simplifiées
 - Calcul du taux de refroidissement
 - Interprétation des différents termes
 - Approximation cooling to space
 - Approximation du refroidissement newtonien
- 5 Télédétection : spectres infra-rouge observés depuis l'espace
 - Modélisation élémentaire
 - Modèle 1 : Atmosphère isotherme
 - Modèle 2 : atmosphère à deux couches isothermes
 - Luminance spectrale de la Terre
 - Luminance spectrale de Mars

Principaux absorbants atmosphériques dans l'infra-rouge

Principaux absorbants atmosphériques dans l'infra-rouge :

- H₂O à 2,6 μm (IR solaire), 6,3 μm et $\lambda > 12 \mu\text{m}$ essentiellement en troposphère ;
- CO₂ (linéaire) à 2,7 μm , 4,3 μm (rôle négligeable) et 15 μm ;
- O₃ à 9,6 μm dans la fenêtre atmosphérique 8–12 μm essentiellement en stratosphère ;
- CH₄ à 7,6 μm , N₂O, CO, ... et CFC (efficaces hors saturation).

Ne pas oublier les nuages

Figure 73 – Courbe de Keeling : évolution du rapport de mélange du CO₂ dans l'atmosphère, mesuré depuis 1958 à l'Observatoire du Mauna-Loa (Hawaii, 19,5°N ; 155,6°O). D'après Dr. Pieter TANS, NOAA/ESRL (<https://gml.noaa.gov/ccgg/trends/data.html>) et Dr. Ralph KEELING, Scripps Institution of Oceanography (<http://scrippsco2.ucsd.edu/>)

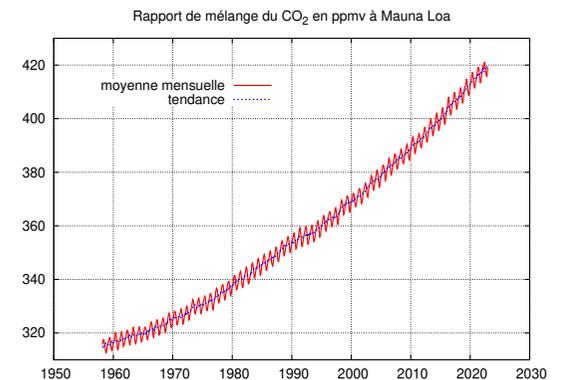


Figure 74 – Cycle annuel du CO₂ lié, via la photosynthèse, aux variations saisonnières de la végétation dans l'hémisphère Nord.

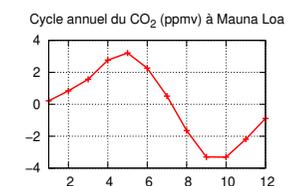
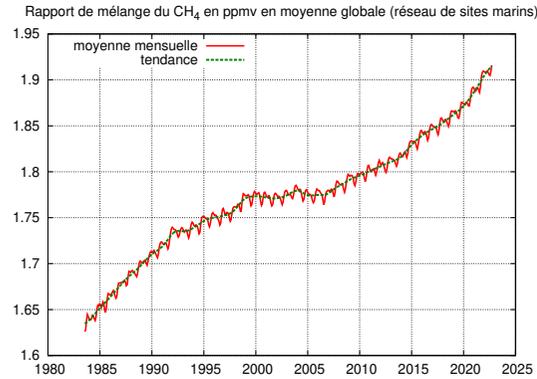


Figure 75 – Évolution du rapport de mélange du méthane en moyenne globale sur des sites en mer d'après DLUGOKENCKY et al., 1994, JGR, vol. 99, 17021-17043, NOAA/ESRL (http://www.esrl.noaa.gov/gmd/ccgg/trends_ch4/)



Spectres dans l'infra-rouge

Caractérisation des raies par leur profil $f(\nu)$ et leur **force de raie** S :

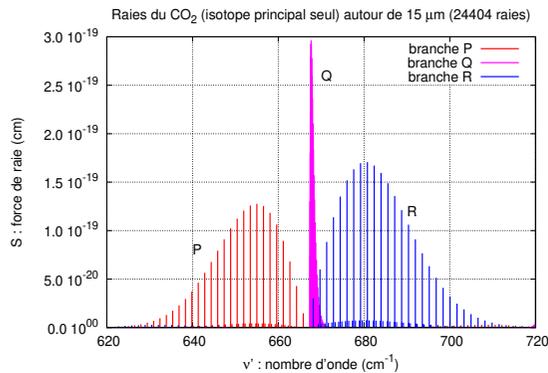
$$\sigma(\nu) = Sf(\nu) \quad \text{où} \quad \int f(\nu - \nu_0) d\nu = 1$$

Unités : si ν' en cm^{-1} , f est en cm et S en cm .

Spectres de raies de vibration et de vibration-rotation extrêmement complexes, difficiles à traiter raie par raie (voir par exemple les raies du CO_2 autour de $15 \mu\text{m}$, figures 76 et 77). Calcul de la transmission à l'aide de méthodes approximatives par des modèles de bandes (répartition périodique ou aléatoire des raies par exemple).

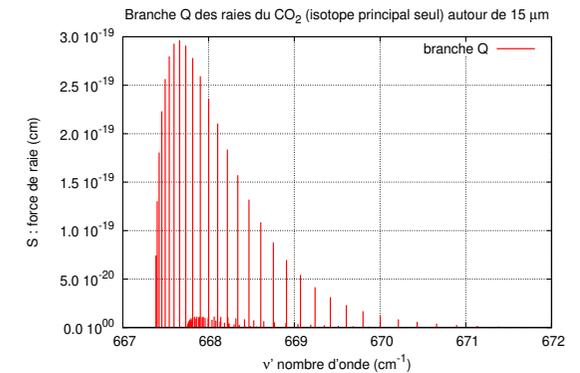
Spectres dans l'infra-rouge

Figure 76 – Force des raies du CO_2 en fonction du nombre d'onde autour de $15 \mu\text{m}$, mode de « flexion » (*bending*). Seul l'isotope principal $^{16}\text{O}^{12}\text{C}^{16}\text{O}$ est considéré ici avec 24404 raies fournies par la base de données spectroscopiques HITRAN. La molécule CO_2 est linéaire et symétrique pour cet isotope.
 branche P : $\Delta J = -1$
 branche Q : $\Delta J = 0$
 branche R : $\Delta J = +1$.
 Raies presque régulièrement espacées dans les branches P et R.



Spectres dans l'infra-rouge

Figure 77 – Force des raies de la branche Q du CO_2 vers $15 \mu\text{m}$ en fonction du nombre d'onde (zoom de la fig. 76). Base de données spectroscopiques HITRAN avec l'isotope principal seulement.



Élargissement collisionnel (Lorentz)

Chocs dus à l'**agitation moléculaire** \Rightarrow sauts de phase \Rightarrow élargissement lorentzien des raies
Collisions : processus de Poisson $\Rightarrow \Delta T$ entre deux chocs suit une loi exponentielle de paramètre $\theta =$ la durée moyenne entre deux collisions.

$$p(\Delta T) = \frac{1}{\theta} \exp\left(-\frac{\Delta T}{\theta}\right) \quad \text{si } \Delta T \geq 0$$

La raie centrée à ν_0 suit une distribution lorentzienne (cf. fig. 78) :

$$f_L(\nu) = \frac{\alpha_L}{\pi} \frac{1}{(\nu - \nu_0)^2 + \alpha_L^2} \quad (66)$$

où α_L est la demi-largeur à mi-hauteur de la raie.

$\alpha_L = 1/\theta \propto$ fréquence des chocs, donc $\alpha_L \propto n\sqrt{\langle v^2 \rangle} \propto n\sqrt{T} \propto p/\sqrt{T}$.

$$\alpha_L = \alpha_{L_0} \frac{p}{p_0} \sqrt{\frac{T_0}{T}} \propto pT^{-1/2} \quad \text{où } \alpha_{L_0} \approx 0,1 \text{ cm}^{-1} \quad (67)$$

Élargissement Doppler

L'agitation thermique des molécules produit aussi un **effet Doppler** lié à la composante de la vitesse dans la direction de propagation du rayonnement. Le décalage Doppler relatif est proportionnel à cette composante : $\delta\nu/\nu_0 = v_{\text{radiale}}/c$.

La vitesse d'agitation des molécules suit une distribution de Boltzmann, mais, pour une direction donnée de propagation, la composante radiale suit une distribution **gaussienne** dont la variance est proportionnelle à la température :

$$p(v) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)$$

Élargissement Doppler

Une raie centrée sur la fréquence ν_0 et élargie par effet Doppler présente donc, par transformation linéaire, une distribution gaussienne (cf. fig. 78) :

$$f_D(\nu) = \frac{1}{\sigma_D \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{2\sigma_D^2}\right) \quad (68)$$

avec

$$\sigma_D = \frac{\nu_0}{c} \sigma_v = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{kT}{m}}$$

Si on définit α_D comme demi-largeur à mi-hauteur de la gaussienne, elle est caractérisée par :

$$\exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\alpha_D^2}{\sigma_D^2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\alpha_D = \sqrt{2 \ln 2} \sigma_D \propto \sqrt{T}$$

Profil de Voigt

Le rapport des deux largeurs est proportionnel à la concentration du gaz atmosphérique :

$$\frac{\alpha_L}{\alpha_D} \propto \frac{pT^{-1/2}}{T^{1/2}} = p/T \propto n$$

donc l'effet des collisions sera prépondérant dans les couches les plus denses.

$z \leq 30 \text{ km}$ effet des collisions dominant, allure lorentzienne ;

$z \geq 30 \text{ km}$ effet Doppler dominant, allure gaussienne.

Plus généralement, les deux élargissements se combinent pour aboutir, par convolution des deux profils, au **profil de Voigt** (cf. fig. 78),

- dont le centre est dominé par l'effet Doppler
- et les ailes par les collisions.

Les élargissements : Gauss, Lorentz et Voigt

Figure 78 – Profils d'absorption pour les trois élargissements :

- Gaussienne (effet Doppler)
- Lorentzienne (collisions)
- Voigt : combinaison des deux effets.

Les trois profils sont représentés pour une même demi-largeur à mi-hauteur α ; le profil de Voigt choisi est obtenu par convolution entre une Gaussienne et une Lorentzienne de même largeur $\approx \alpha/1,62$.

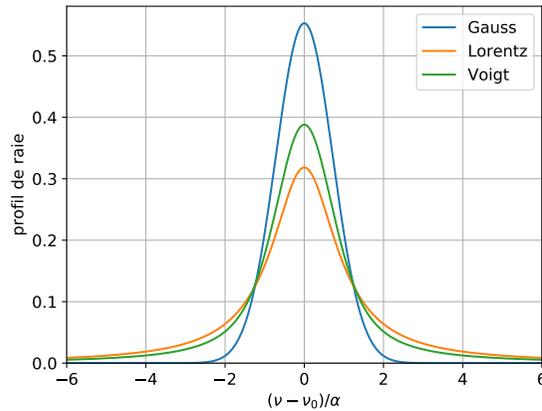
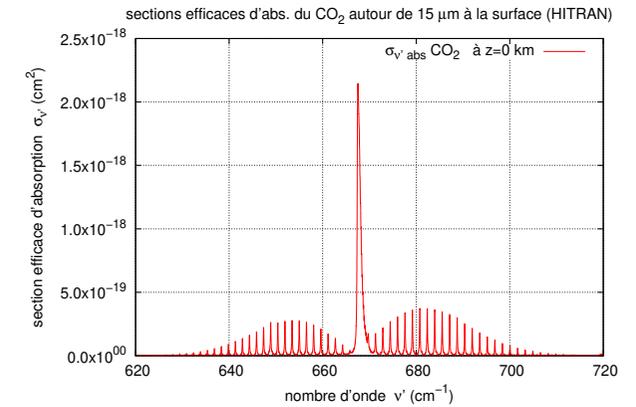


Figure 79 – Section efficace d'absorption du CO₂ à la surface ($z = 0$) autour de 15 μm en fonction du nombre d'onde.

À basse altitude, l'élargissement collisionnel ne permet plus de distinguer les différentes raies de la branche Q.



Saturation de l'absorption

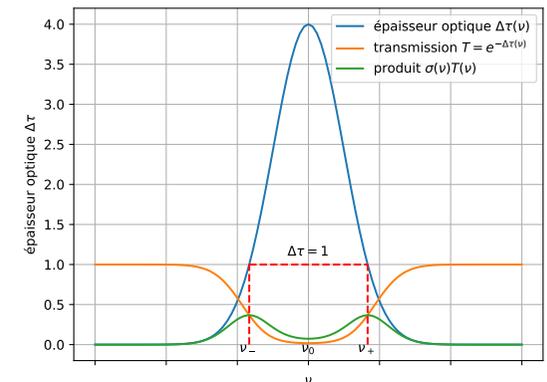
La transmission monochromatique d'une couche d'épaisseur optique $\Delta\tau_\nu$ s'écrit :

$$T_\nu(\Delta\tau_\nu) = \exp(-\Delta\tau_\nu)$$

Si l'absorption est forte, l'exponentielle amplifie les variations spectrales : au fur et à mesure de la propagation, il ne reste plus de rayonnement au centre de la raie. Dans ce cas d'**absorption saturée**, l'interaction avec le gaz atmosphérique est plus efficace sur les ailes de raie. On montre alors que le domaine spectral le plus efficace pour l'interaction avec le milieu correspond aux fréquences qui vérifient $\Delta\tau_\nu = 1$.

Saturation de l'absorption

Figure 80 – Saturation de l'absorption : exemple d'une raie centrée en ν_0 avec $\Delta\tau(\nu_0) = 4$ dans la couche atmosphérique. Le domaine spectral où l'interaction avec la couche est maximale se situe sur les ailes de raie en ν_\pm tels que $\Delta\tau(\nu_\pm) = 1$.



Calcul par bandes spectrales

On calcule alors les propriétés du milieu en moyenne sur une largeur spectrale $\Delta\nu$ grande devant la largeur de raie. La **transmission de bande** s'écrit :

$$\mathcal{T}(\Delta\tau_{\bar{\nu}}) = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\bar{\nu}-\frac{\Delta\nu}{2}}^{\bar{\nu}+\frac{\Delta\nu}{2}} T(\Delta\tau_{\nu}) d\nu \quad (69)$$

L'**absorbance de bande** est alors $\mathcal{A}(\Delta\tau_{\bar{\nu}}) = 1 - \mathcal{T}(\Delta\tau_{\bar{\nu}})$

En notant $N = \int n(s) ds$ le contenu intégré en absorbant selon la direction de propagation et S la force de raie, on montre que, dans le cas :

- de l'absorption faible ($\Delta\tau \ll 1$)

$$\mathcal{A}(\Delta\tau_{\bar{\nu}}) \propto SN$$

- de l'absorption forte

$$\mathcal{A}(\Delta\tau_{\bar{\nu}}) \propto \sqrt{\alpha_L SN} \propto \sqrt{P_{\text{air}}} \sqrt{SN} \propto \sqrt{r_{\text{abs}}} P_{\text{air}}$$

où r_{abs} est le rapport de mélange de l'absorbant.

Équations des flux verticaux $F_{\bar{\nu}}^{\uparrow}$ et $F_{\bar{\nu}}^{\downarrow}$: introduction

Objectif

Déduire de l'équation générale du transfert radiatif les équations reliant les **flux surfaciques hémisphériques** $F_{\bar{\nu}}^{\uparrow}$ et $F_{\bar{\nu}}^{\downarrow}$ à la source thermique $M_{\bar{\nu}}$.

Hypothèses

- atmosphère plan-parallèle, donc x et y n'interviennent pas
- pas de diffusion : $\omega_s = 0$
- fonction source = émission thermique isotrope $J_{\nu}(\tau_{\nu}, \mu, \varphi) = B_{\nu}[T(\tau_{\nu})]$
- absorption forte \Rightarrow saturation des raies,
 \Rightarrow domaine spectral d'interaction forte avec le milieu caractérisé par $\Delta\tau_{\nu} \approx 1$.

Méthode

- Réduire le nombre de variables par intégration angulaire sur μ et φ ,
- puis la complexité spectrale en utilisant les transmissions de bande avec $\Delta\nu$ grand devant les largeurs de raie, mais tel que $B(\nu)$ varie peu dans $\Delta\nu$.

Solutions de l'équation de transfert en IR tellurique

En coordonnée τ_{ν} , épaisseur optique verticale à la fréquence ν :

$$L^{\uparrow}(\tau_{\nu}, \mu, \varphi) = B_{\nu}(T_{\text{surf.}}) \exp\left(-\frac{\tau_{\text{surf.}} - \tau_{\nu}}{\mu}\right) + \int_{\tau_{\nu}}^{\tau_{\text{surf.}}} B_{\nu}(T_{\tau'_{\nu}}) \exp\left(-\frac{\tau'_{\nu} - \tau_{\nu}}{\mu}\right) \frac{d\tau'_{\nu}}{\mu}$$

avec $\mu > 0$ issu de la surface des couches inférieures

$$L^{\downarrow}(\tau_{\nu}, -\mu, \varphi) = 0 + \int_0^{\tau_{\nu}} B_{\nu}(T_{\tau'_{\nu}}) \exp\left(-\frac{\tau_{\nu} - \tau'_{\nu}}{\mu}\right) \frac{d\tau'_{\nu}}{\mu}$$

avec $\mu > 0$ des couches supérieures

car $L^{\downarrow}(\tau_{\nu} = 0, -\mu, \varphi) = 0$: pas de flux infra-rouge de grande longueur d'onde venant de l'espace.

Flux surfaciques hémisphériques et isotropie horizontale

Définition des flux surfaciques verticaux avec $\cos\theta d^2\Omega = \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi$:

$$F^{\uparrow}(\tau_{\nu}) = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\mu=0}^1 L^{\uparrow}(\tau_{\nu}, \mu, \varphi) \mu d\mu d\varphi \quad (70)$$

puis, par isotropie horizontale,

$$F^{\uparrow}(\tau_{\nu}) = 2\pi \int_{\mu=0}^1 L^{\uparrow}(\tau_{\nu}, \mu) \mu d\mu$$

$$F^{\downarrow}(\tau_{\nu}) = 2\pi \int_{\mu=0}^1 L^{\downarrow}(\tau_{\nu}, -\mu) \mu d\mu$$

Flux surfaciques hémisphériques et isotropie de la source

Expression des flux surfaciques verticaux à l'aide de la fonction source thermique isotrope :

$$F^\uparrow(\tau_\nu) = 2\pi B_\nu(T_{\text{surf.}}) \int_0^1 \exp\left(-\frac{\tau_{\text{surf.}} - \tau_\nu}{\mu}\right) \mu d\mu + 2\pi \int_{\tau_\nu}^{\tau_{\text{surf.}}} B_\nu(T_{\tau'_\nu}) \int_0^1 \exp\left(-\frac{\tau'_\nu - \tau_\nu}{\mu}\right) \frac{d\tau'_\nu}{\mu} \mu d\mu \quad (71)$$

$$F^\downarrow(\tau_\nu) = 2\pi \int_0^{\tau_\nu} B_\nu(T_{\tau'_\nu}) \int_0^1 \exp\left(-\frac{\tau_\nu - \tau'_\nu}{\mu}\right) \frac{d\tau'_\nu}{\mu} \mu d\mu \quad (72)$$

- Le terme issu de la surface fait intervenir une **transmission intégrée sur l'azimuth**
- Termes des couches inférieures ou supérieures : intégrations en altitude et en azimuth.

Transmissions directionnelle et diffuse

transmission	directionnelle	diffuse (hémisphérique)
rapport de	luminances	flux surfaciques verticaux
monochromatique	$T(\tau_\nu, \mu) = \exp(-\tau_\nu/\mu)$	$T^*(\tau_\nu) = \frac{\int_0^1 \exp(-\tau_\nu/\mu) \mu d\mu}{\int_0^1 \mu d\mu}$
de bande $[\bar{\nu} - \frac{\Delta\nu}{2}, \bar{\nu} + \frac{\Delta\nu}{2}]$	$\mathcal{T}(\tau_{\bar{\nu}}, \mu) = \frac{1}{\Delta\nu} \int_{\bar{\nu} - \frac{\Delta\nu}{2}}^{\bar{\nu} + \frac{\Delta\nu}{2}} T(\tau_\nu, \mu) d\nu$	$\mathcal{T}^*(\tau_{\bar{\nu}}) = \frac{\int_0^1 \mathcal{T}(\tau_{\bar{\nu}}, \mu) \mu d\mu}{\int_0^1 \mu d\mu}$

Noter que $\int_0^1 \mu d\mu = 1/2$

Expression à l'aide de l'exponentielle intégrale

Expression des transmissions diffuses à l'aide de l'**exponentielle intégrale** E_n

$$E_n(\tau) = \int_1^\infty \frac{e^{-\tau x}}{x^n} dx \quad (73)$$

Avec le changement de variable $x = 1/\mu$,

$$E_n(\tau) = \int_0^1 e^{-\tau/\mu} \mu^{n-2} d\mu$$

Propriété

$$\frac{dE_n(\tau)}{d\tau} = -E_{n-1}(\tau) \quad (74)$$

$$T^*(\tau_\nu) = 2 \int_0^1 \exp(-\tau_\nu/\mu) \mu d\mu = 2E_3(\tau_\nu)$$

$$\frac{dT^*}{d\tau_\nu} = -2 \int_0^1 \exp(-\tau_\nu/\mu) d\mu = -2E_2(\tau_\nu) < 0$$

Expression des flux à l'aide des transmissions diffuses

Expression des flux surfaciques monochromatiques verticaux à l'aide des transmissions diffuses :

$$F^\uparrow(\tau_\nu) = M_\nu(T_{\text{surf.}}) T^*(\tau_{\text{surf.}} - \tau_\nu) - \int_{\tau_\nu}^{\tau_{\text{surf.}}} M_\nu(T_{\tau'_\nu}) \frac{\partial T^*}{\partial \tau'_\nu} (\tau'_\nu - \tau_\nu) d\tau'_\nu$$

$$F^\downarrow(\tau_\nu) = \int_0^{\tau_\nu} M_\nu(T_{\tau'_\nu}) \frac{\partial T^*}{\partial \tau'_\nu} (\tau_\nu - \tau'_\nu) d\tau'_\nu$$

Qu'est devenu le facteur 2π ?

- facteur π pour passer de la luminance à l'émittance spectrale du corps noir car $M_\nu = \pi B_\nu$
- facteur 2 pour la normalisation de la moyenne en azimuth car $\int_0^1 \mu d\mu = 1/2$.

Approximation du noyau exponentiel

En monochromatique, on peut toujours définir un angle zénithal moyen associé à $\bar{\mu}_\tau$, tel que la transmission diffuse s'exprime sous la forme d'une exponentielle :

$$T^*(\tau_\nu) = \frac{\int_0^1 \exp(-\tau_\nu/\mu) \mu \, d\mu}{\int_0^1 \mu \, d\mu} = 2E_3(\tau_\nu) = T(\tau_\nu, \bar{\mu}_\tau) = \exp(-\tau_\nu/\bar{\mu}_\tau)$$

Cela revient à appliquer un théorème de la moyenne à la transmission monochromatique directionnelle. Alors,

$$\bar{\mu}_\tau = \frac{-\tau_\nu}{\ln(2E_3(\tau_\nu))}$$

qui est donc fonction de τ_ν (cf. fig. 82), donc de ν .

Approximation du noyau exponentiel

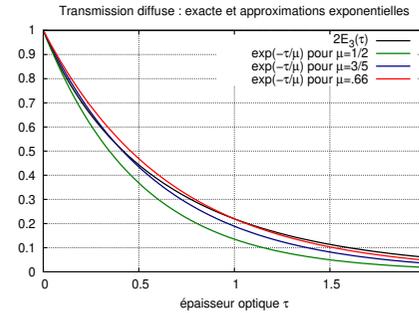


Figure 81 – Transmission diffuse : valeur exacte en trait plein et approximations exponentielles pour $\bar{\mu} = 1/2$; $3/5$ et $0,66$

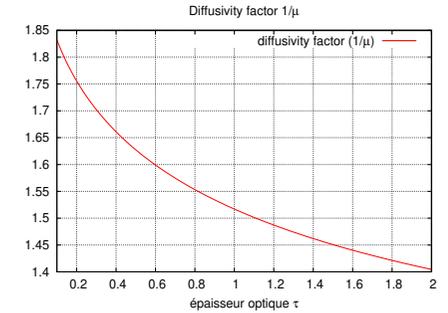


Figure 82 – Diffusivity factor $1/\bar{\mu}$ en fonction de l'épaisseur optique

Approximation du noyau exponentiel

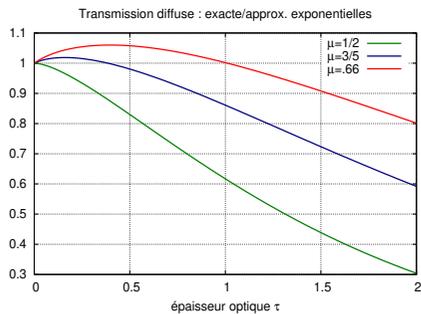


Figure 83 – Transmission diffuse : rapport des approximations exponentielles pour $\bar{\mu} = 1/2$; $3/5$ et $0,66$ à la valeur exacte

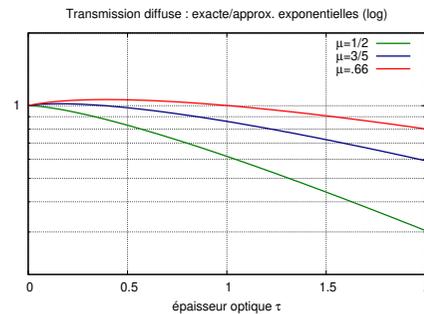


Figure 84 – Transmission diffuse : rapport des approximations exponentielles pour $\bar{\mu} = 1/2$; $3/5$ et $0,66$ à la valeur exacte en échelle logarithmique

Approximation du noyau exponentiel

Idée : profiter de l'intégration spectrale dans des bandes de largeur $\Delta\nu$ où l'absorption sature pour restreindre le domaine utile de valeurs de $\Delta\tau_\nu$ dans lequel l'approximation exponentielle doit s'appliquer.

Le domaine d'interaction forte est autour de $\Delta\tau_\nu = 1 \implies$ optimiser l'approximation exponentielle autour cette valeur et choisir un angle zénithal moyen tel que :

$$\bar{\mu} = \frac{-1}{\ln(2E_3(1))} \approx 0,66$$

En 1942 ELSASSER a suggéré $\bar{\mu} = 3/5$ qui correspond à un angle zénithal de 53° . D'autres méthodes (intégration de Gauss à deux points par exemple) aboutissent à un résultat similaire.

Conclusion

Les transmissions diffuses de bande \mathcal{T}^* sont donc assimilées à la transmission directionnelle de bande pour cet angle particulier et tout se passe comme si on ne tenait compte que de cet angle de propagation dans le calcul des flux surfaciques.

Expression des flux en fonction de l'épaisseur optique

En notant $\tau_{\bar{\nu}}^* = \tau_{\bar{\nu}}/\bar{\mu}$ l'épaisseur optique suivant la direction moyenne, on peut exprimer les flux surfaciques moyens de bande.

$$\mathcal{F}_{\bar{\nu}}^{\uparrow}(\tau_{\bar{\nu}}^*) = M_{\bar{\nu}}(T_{\text{surf.}})e^{-(\tau_{\text{surf.}}^* - \tau_{\bar{\nu}}^*)} + \int_{\tau_{\bar{\nu}}^*}^{\tau_{\text{surf.}}^*} M_{\bar{\nu}}(\tau_{\bar{\nu}}'^*)e^{-(\tau_{\bar{\nu}}'^* - \tau_{\bar{\nu}}^*)} d\tau_{\bar{\nu}}'^*$$

$$\mathcal{F}_{\bar{\nu}}^{\downarrow}(\tau_{\bar{\nu}}^*) = \int_0^{\tau_{\bar{\nu}}^*} M_{\bar{\nu}}(\tau_{\bar{\nu}}'^*)e^{-(\tau_{\bar{\nu}}'^* - \tau_{\bar{\nu}}^*)} d\tau_{\bar{\nu}}'^*$$

Soit, en allégeant *abusivement* les notations, en omettant les * et les $\bar{\nu}$:

$$F^{\uparrow}(\tau) = M(T_s)e^{-(\tau_{\text{surf.}} - \tau)} + \int_{\tau}^{\tau_s} M(\tau')e^{-(\tau' - \tau)} d\tau' \quad (75)$$

$$F^{\downarrow}(\tau) = \int_0^{\tau} M(\tau')e^{-(\tau' - \tau)} d\tau' \quad (75')$$

Équations différentielles des flux surfaciques verticaux de bande

En dérivant les expressions des flux surfaciques F^{\uparrow} (75) et F^{\downarrow} (75') en fonction de τ

$$\frac{dF^{\uparrow}}{d\tau} = +F^{\uparrow} - M \quad (76)$$

$$\frac{dF^{\downarrow}}{d\tau} = -F^{\downarrow} + M \quad (77)$$

Méthode à deux flux : hypothèses

Hypothèses

- Atmosphère transparente au rayonnement solaire (à l'albedo près)
- Atmosphère sans diffusion et grise en infra-rouge tellurique donc k_{ν} est indépendant de la fréquence, ainsi que la coordonnée verticale τ_{ν} ; on peut alors intégrer les flux spectraux dans tout le domaine tellurique à τ fixé : $F^{\uparrow}(\tau) = \int F_{\bar{\nu}}^{\uparrow}(\tau_{\bar{\nu}}) d\bar{\nu}$.

Conditions aux limites

- le flux solaire moyen non réfléchi $\Phi_0 = (1 - A)C/4$ absorbé par la surface doit être équilibré par le flux infra-rouge tellurique sortant de la planète
- la surface se comporte comme un corps noir

On suppose l'atmosphère en **équilibre radiatif**, donc dépôt (chauffage) et extraction (refroidissement) de puissance radiative lors de la propagation s'équilibrent. Le flux surfacique **net** $F = F^{\uparrow} - F^{\downarrow}$, compté positivement vers le haut, ne dépend pas de l'altitude :

$$\frac{dF}{dz} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dF}{d\tau} = 0$$

Méthode à deux flux : résolution

Soit $\bar{F} = F^{\uparrow} + F^{\downarrow}$ le flux surfacique total émis,

$$\begin{aligned} \frac{dF^{\uparrow}}{d\tau} &= F^{\uparrow} - M \\ \frac{dF^{\downarrow}}{d\tau} &= -F^{\downarrow} + M \end{aligned}$$

La différence et la somme des deux équations différentielles donnent :

$$\begin{aligned} \frac{dF}{d\tau} &= \bar{F} - 2M \\ \frac{d\bar{F}}{d\tau} &= F \end{aligned}$$

Mais $F = F(0)$, donc $\bar{F} = 2M$: l'atmosphère émet la moyenne des flux surfaciques montant et descendant. Le flux surfacique total est une fonction affine de τ :

$$\bar{F} = F(0)\tau + \bar{F}(0)$$

Méthode à deux flux : utilisation des conditions aux limites

Au sommet de l'atmosphère ($\tau = 0$) :

- pas de flux infra-rouge de grande longueur d'onde descendant
- le flux montant compense la partie du flux solaire absorbée par la planète.

$$\begin{aligned} F^\downarrow(0) &= 0 \\ F^\uparrow(0) &= \Phi_0 = (1 - A)C/4 \implies \bar{F}(0) = \Phi_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(\tau) &= \Phi_0 \\ \bar{F}(\tau) &= \Phi_0(\tau + 1) \implies \begin{cases} F^\uparrow(\tau) = \Phi_0 \frac{\tau + 2}{2} \\ F^\downarrow(\tau) = \Phi_0 \frac{\tau}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Méthode à deux flux : solutions

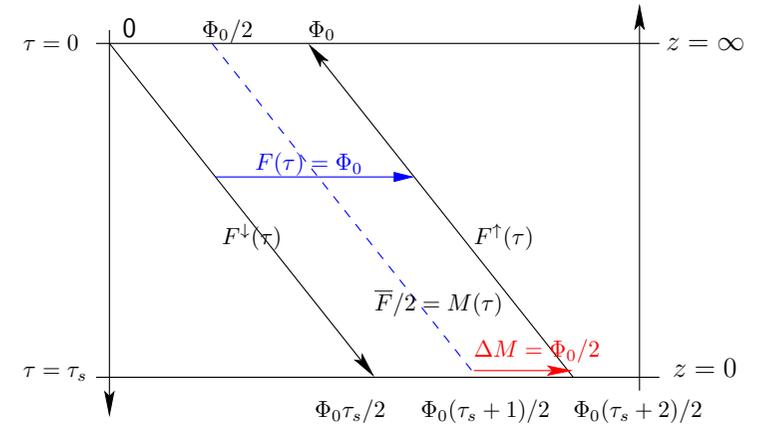


Figure 85 – Méthode à deux flux : solutions F^\uparrow , F^\downarrow et M dans l'hypothèse d'équilibre radiatif

Méthode à deux flux : conséquences

Examinons l'équilibre radiatif de la surface : l'émission de la surface doit compenser l'absorption des rayonnements solaire ayant traversé l'atmosphère (Φ_0) et infra-rouge descendant de l'atmosphère.

$$M_{\text{surf.}}(T_s) = \Phi_0 + F^\downarrow(\tau_{\text{surf.}}) = \Phi_0 \frac{\tau_{\text{surf.}} + 2}{2}$$

Mais la couche atmosphérique en contact avec la surface émet :

$$M_{\text{atm.}} = \frac{\bar{F}(\tau_{\text{surf.}})}{2} = \Phi_0 \frac{\tau_{\text{surf.}} + 1}{2}$$

$\Delta M = M_{\text{surf.}}(T_s) - M_{\text{atm.}}(\tau_{\text{surf.}}) = \Phi_0/2$ La loi de Stefan implique une discontinuité de température si on suppose l'équilibre radiatif vérifié. En fait le gradient de température au voisinage de la surface est tellement grand que la convection est activée, ce qui remet en cause l'hypothèse initiale d'équilibre radiatif : une partie des transferts verticaux d'énergie de la surface vers la basse atmosphère est assurée par des flux non radiatifs de chaleur sensible et de chaleur latente de la vapeur d'eau (évaporation de l'eau en surface et condensation en altitude sous forme de nuages).

Équilibre radiatif et convectif de la troposphère

Figure 86 – Équilibre radiatif et convectif de la troposphère, d'après SALBY (1996).

traits pleins équilibre radiatif pur

noter la discontinuité de température à la surface qui diminue quand $\tau_s \nearrow$

pointillés gradient adiabatique humide

traits tiretés équilibre radiatif-convectif

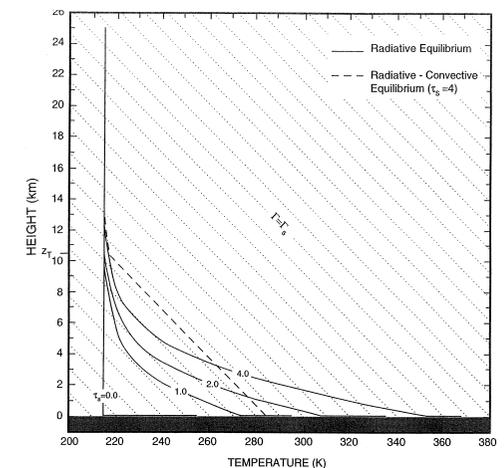
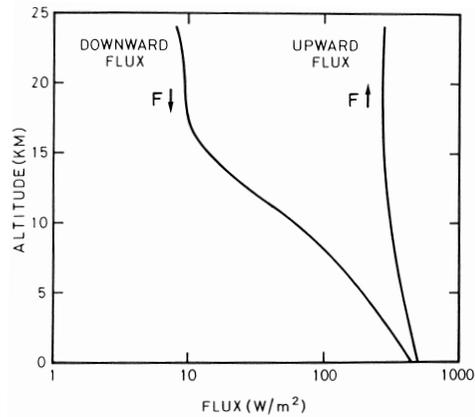


Figure 8.21 Radiative equilibrium temperature (solid lines) for the gray atmosphere in Fig. 8.20, with a profile of optical depth representative of water vapor (8.69), presented for several atmospheric optical depths τ_s . Saturated adiabatic lapse rate (dotted lines) and radiative-convective equilibrium temperature for $\tau_s = 4$ (dashed line) superposed.

Flux telluriques en troposphère et basse stratosphère

Figure 87 – Flux surfaciques telluriques en troposphère et basse stratosphère : remarquer l'échelle logarithmique. Aux confins de l'atmosphère, le flux montant finit par équilibrer le flux solaire absorbé alors que le flux descendant s'annule. Le flux surfacique net $F^\uparrow - F^\downarrow$ croît avec l'altitude dans la troposphère, ce qui indique une tendance radiative au refroidissement, qui est compensée par des flux montants non radiatifs. D'après V. RAMANATHAN, J. Atmos. Sci., 1976, **33**, 1330–1346.



Conclusion

La troposphère n'est pas en équilibre radiatif.

Radiatif seul \Rightarrow déficit d'énergie de l'atmosphère et surplus à la surface.

La troposphère n'atteint l'équilibre que grâce à des transferts de chaleur sensible et de chaleur latente : **équilibre radiatif-convectif**.

Discutons l'effet d'absorption localisée en surface selon la transmission de l'atmosphère en IR tellurique caractérisée par τ_s :

- $\tau_s = 0$ Si l'atmosphère est transparente aussi en infra-rouge tellurique, $\sigma T_{\text{surf}}^4 = M_{\text{surf}} = \Phi_0 \approx 240 \text{ W m}^{-2}$ d'où $T_{\text{surf}} \approx 255 \text{ K}$, qui est la température de surface sans effet de serre. Dans ce cas, l'émission de l'atmosphère est indépendante de l'altitude : $\sigma T_{\text{atm}}^4 = \Phi_0/2$, ainsi que sa température $T_{\text{atm}} = T_{\text{surf}}/\sqrt[4]{2} \approx 214 \text{ K}$ appelée **température de peau**. C'est le cas où l'hypothèse d'équilibre radiatif produirait la plus forte discontinuité de température entre la surface et l'atmosphère.

Conclusion

- $\tau_s > 0$ Si l'atmosphère absorbe l'infra-rouge tellurique, on retrouve la température de peau en haut de l'atmosphère ($\tau = 0$), mais la température croît avec l'épaisseur optique : $T_{\text{atm}}(z) \propto \sqrt[4]{1 + \tau(z)}$. En adoptant une paramétrisation grossière $\tau = \tau_s \exp(-z/H_a)$ où $H_a \approx 2 \text{ km}$ (échelle de hauteur moyenne de H_2O), on peut comparer le gradient de température (qui croît quand on s'approche de la surface) au gradient adiabatique.

En équilibre radiatif pur, la basse troposphère serait instable (cf. fig. 86) : l'équilibre de la troposphère est donc radiatif-convectif.

En revanche, **la stratosphère est en équilibre radiatif** entre :

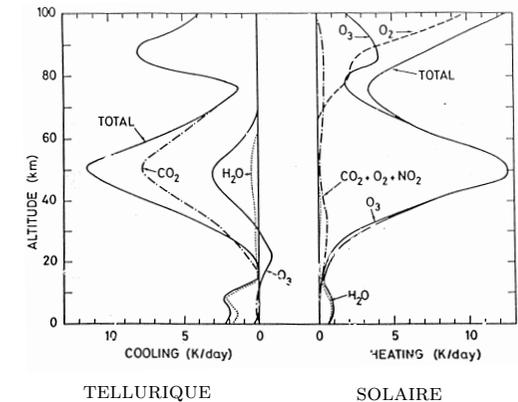
- chauffage dû à l'absorption du rayonnement solaire par l'ozone en UV
- et refroidissement dû à l'émission infra-rouge par le CO_2 à $15 \mu\text{m}$ pour les 2/3 et et l'ozone à $9,6 \mu\text{m}$ (au-dessus de 30 km) pour 1/3 (cf. fig. 87 et fig. 88).

Conclusion

Figure 88 – Taux de chauffage

(essentiellement) solaire et de refroidissement tellurique en K/jour.

- Stratosphère : taux élevés (milieu peu dense) et équilibre radiatif (noter le rôle de l'ozone en absorption solaire et en tellurique à $9,6 \mu\text{m}$: refroidissement autour de 50 km, mais réchauffement dû à l'absorption du rayonnement de la surface en basse stratosphère). Le refroidissement par émission est dû pour environ les 2/3 au CO_2 et pour 1/3 à O_3 .
- Troposphère : taux faibles (milieu plus dense) et bilan négatif (la contribution dominante est celle de la vapeur d'eau en absorption comme en émission).



D'après J. LONDON, 1980.

Taux de refroidissement en I.R. : notations simplifiées

On s'intéresse aux flux surfaciques spectraux de bande et on utilise l'approximation du noyau exponentiel pour exprimer les transmissions diffuses de bande. On note de nouveau $\tau/\bar{\mu}$ l'épaisseur optique oblique⁴ qui permet d'écrire les transmissions diffuses de bande sous la forme $\exp(-\tau/\bar{\mu})$. Les flux surfaciques spectraux de bande sont abusivement notés F^\uparrow et F^\downarrow sans référence à la fréquence pour simplifier :

$$F^\uparrow(\tau) = M(T_s) e^{-(\tau_{\text{surf.}} - \tau)/\bar{\mu}} + \int_{\tau}^{\tau_s} M(\tau') e^{-(\tau' - \tau)/\bar{\mu}} d\tau'/\bar{\mu} \quad (78)$$

$$F^\downarrow(\tau) = \int_0^{\tau} M(\tau') e^{-(\tau - \tau')/\bar{\mu}} d\tau'/\bar{\mu} \quad (79)$$

4. Exprimer les transmissions en fonction de l'épaisseur optique verticale τ et de $\bar{\mu}$ permet de mettre mieux en évidence les opérations de dérivation par τ des approximations exponentielles qui se traduisent par des divisions par $\pm\bar{\mu}$, alors que si τ est l'épaisseur optique oblique, la dérivation n'introduit qu'un facteur ± 1 .

Taux de refroidissement en I.R. : dériver le flux net

$$\begin{aligned} \frac{dF}{d\tau} &= \frac{dF^\uparrow}{d\tau} - \frac{dF^\downarrow}{d\tau} \\ &= M(T_s) \frac{e^{-(\tau_{\text{surf.}} - \tau)/\bar{\mu}}}{\bar{\mu}} \\ &\quad - \frac{M(\tau)}{\bar{\mu}} \\ &\quad + \int_{\tau}^{\tau_s} M(\tau') e^{-(\tau' - \tau)/\bar{\mu}} \frac{d\tau'}{\bar{\mu}^2} \\ &\quad - \frac{M(\tau)}{\bar{\mu}} \\ &\quad + \int_0^{\tau} M(\tau') e^{-(\tau - \tau')/\bar{\mu}} \frac{d\tau'}{\bar{\mu}^2} \end{aligned}$$

Taux de refroidissement en I.R. : calcul

Pour faire apparaître le terme $M(\tau') - M(\tau)$, lié à l'écart de température entre les deux couches, on introduit artificiellement le terme $M(\tau)$ dans les intégrales.

$$\begin{aligned} \frac{dF}{d\tau} &= \frac{M(T_s)}{\bar{\mu}} e^{-(\tau_s - \tau)/\bar{\mu}} - 2 \frac{M(\tau)}{\bar{\mu}} \\ &\quad + \int_{\tau}^{\tau_s} [M(\tau') - M(\tau)] e^{-(\tau' - \tau)/\bar{\mu}} \frac{d\tau'}{\bar{\mu}^2} \\ &\quad + \int_0^{\tau} [M(\tau') - M(\tau)] e^{-(\tau - \tau')/\bar{\mu}} \frac{d\tau'}{\bar{\mu}^2} \\ &\quad + \frac{M(\tau)}{\bar{\mu}} \left[\int_{\tau}^{\tau_s} e^{-(\tau' - \tau)/\bar{\mu}} \frac{d\tau'}{\bar{\mu}} + \int_0^{\tau} e^{-(\tau - \tau')/\bar{\mu}} \frac{d\tau'}{\bar{\mu}} \right] \end{aligned}$$

Les termes entre crochets s'intègrent en :

$$\left[-e^{-(\tau' - \tau)/\bar{\mu}} \right]_{\tau'=\tau}^{\tau'=\tau_s} + \left[e^{-(\tau - \tau')/\bar{\mu}} \right]_{\tau'=0}^{\tau'= \tau} = 1 - e^{-(\tau_s - \tau)/\bar{\mu}} + 1 - e^{-\tau/\bar{\mu}}$$

qui se regroupent avec les deux premiers termes.

Taux de refroidissement en I.R. : interprétation

Finalement, on met en évidence quatre termes

$$\begin{aligned} \frac{dF}{d\tau} &= -M(\tau) \frac{e^{-\tau/\bar{\mu}}}{\bar{\mu}} && \boxed{1} \text{ refroidissement vers l'espace} \\ &\quad + [M(T_s) - M(\tau)] \frac{e^{-(\tau_{\text{surf.}} - \tau)/\bar{\mu}}}{\bar{\mu}} && \boxed{2} \text{ échange avec la surface} \\ &\quad + \int_{\tau}^{\tau_s} [M(\tau') - M(\tau)] e^{-(\tau' - \tau)/\bar{\mu}} \frac{d\tau'}{\bar{\mu}^2} && \boxed{3} \text{ échange avec les couches inférieures} \\ &\quad + \int_0^{\tau} [M(\tau') - M(\tau)] e^{-(\tau - \tau')/\bar{\mu}} \frac{d\tau'}{\bar{\mu}^2} && \boxed{4} \text{ échange avec les couches supérieures} \end{aligned} \quad (80)$$

Le premier terme (**cooling to space**) représente toujours un refroidissement, alors que les signes des trois autres dépendent de l'écart de température entre la couche à τ et celles dont ils représentent l'influence.

Approximation cooling to space

Approximation du refroidissement vers l'espace : ne retenir que le terme $\boxed{1}$ de l'équation (80) :

$$\frac{dF}{d\tau} = -M(\tau) \frac{e^{-\tau/\bar{\mu}}}{\bar{\mu}} \quad (81)$$

Elle est d'autant meilleure que :

- $\boxed{2} \ll \boxed{1}$ soit $[M(T_s) - M(\tau)] e^{-(\tau_{\text{surf.}} - \tau)/\bar{\mu}} \ll M(\tau) e^{-\tau/\bar{\mu}}$

Comparons les transmissions : l'échange avec la surface est négligeable si la transmission des couches inférieures est faible devant celle des couches supérieures.

$$e^{-(\tau_{\text{surf.}} - \tau)/\bar{\mu}} \ll e^{-\tau/\bar{\mu}} \quad \text{ou} \quad \tau \ll \frac{\tau_{\text{surf.}}}{2}$$

Très rapidement vérifié quand on s'éloigne de la surface car les concentrations des absorbants décroissent rapidement avec l'altitude, en particulier dans les bandes de la vapeur d'eau⁵ et du CO₂ (cf. fig. 89).

5. Si on considère une épaisseur optique proportionnelle au contenu intégré (inexact dans le cas de l'absorption forte), et un seul absorbant de profil vertical exponentiel $\tau = \tau_{\text{surf.}} \exp(-z/H_{\text{abs}})$ où H_{abs} est la hauteur d'échelle de l'absorbant, la condition s'écrit $z \gg H_{\text{abs}} \ln 2$.

Approximation cooling to space

Mais cette condition n'est *pas satisfaite* dans les bandes d'absorption de l'ozone, essentiellement stratosphérique, tant que l'altitude considérée reste *en dessous du maximum d'ozone*. Les couches au dessus du niveau z , qui incluent le maximum d'ozone, sont optiquement plus épaisses que celles en dessous. Dans ce cas, comme la surface est plus chaude, $\boxed{2} > \boxed{1}$ elle réchauffe le milieu qui absorbe dans la bande de l'ozone à 9,6 μm (cf. fig. 89, courbe c).

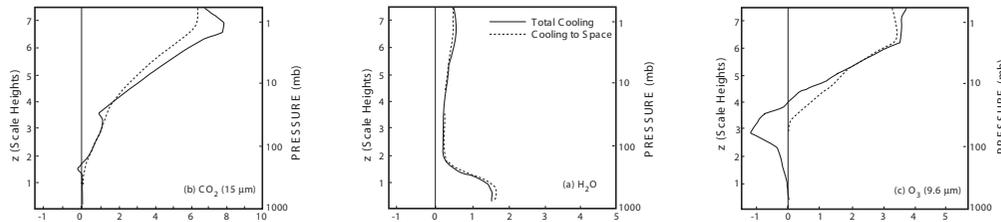
- $\boxed{3} + \boxed{4} \ll \boxed{1}$

Les intégrales d'échange tendent en général à se compenser sauf près des extrema de température (tropopause et stratopause) où $\boxed{3}$ et $\boxed{4}$ sont de même signe (cf. fig. 89, courbe b).

Figure 89 – Comparaison entre taux de refroidissement total (ligne continue) et taux de refroidissement vers l'espace (tiretés) en K jour⁻¹, en fonction de l'altitude (unité=échelle de hauteur) ou de la pression.

Contributions des trois principaux minoritaires actifs en infra-rouge tellurique.

D'après SALBY (1996)



CO₂ à 15 μm : les écarts sont localisés près des changements de gradient de température.

H₂O : différences très faibles, le refroidissement se fait vers l'espace.

O₃ à 9,6 μm : noter le réchauffement par la surface en dessous du maximum de concentration d'ozone.

Taux de refroidissement

Pour calculer le taux de refroidissement, il faut intégrer en fréquence les contributions des différents absorbants.

$$\frac{dF}{dz} = \int_{\bar{\nu}_1}^{\bar{\nu}_2} \frac{dF_{\bar{\nu}}}{dz} d\bar{\nu} \quad \text{ou} \quad \frac{dF_{\bar{\nu}}}{dz} = \frac{d\tau_{\bar{\nu}}}{dz} \frac{dF_{\bar{\nu}}}{d\tau_{\bar{\nu}}} = -k_{\bar{\nu}} \frac{dF_{\bar{\nu}}}{d\tau_{\bar{\nu}}}$$

Dans l'approximation *cooling to space* :

$$\frac{dF_{\bar{\nu}}}{dz} = -k_{\bar{\nu}} M_{\bar{\nu}}(\tau_{\bar{\nu}}) \frac{dT^*(\tau_{\bar{\nu}})}{d\tau_{\bar{\nu}}}$$

Le taux de refroidissement dû à l'émission tellurique est lié à la divergence du flux net par :

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} + \frac{dF}{dz} = 0$$

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{1}{\rho C_p} \int k_{\bar{\nu}} M_{\bar{\nu}}(\tau_{\bar{\nu}}) \left| \frac{dT^*(\tau_{\bar{\nu}})}{d\tau_{\bar{\nu}}} \right| d\bar{\nu} = -\frac{1}{\rho C_p} \int M_{\bar{\nu}}(\tau_{\bar{\nu}}) \left| \frac{dT^*(\tau_{\bar{\nu}})}{dz} \right| d\bar{\nu} < 0 \quad (82)$$

⚠ Dans les sous-sections précédentes, notamment 3, on a travaillé sur des flux surfaciques spectraux, même si la notation simplifiée ne mentionne pas la fréquence moyenne $\bar{\nu}$.

Approximation du refroidissement newtonien

Couche atmosphérique en équilibre radiatif à la température T_0 sous l'effet conjugué :

- du chauffage par absorption du rayonnement solaire⁶ ;
- du refroidissement par émission IR dans l'approximation du refroidissement vers l'espace.

Une perturbation de faible amplitude de la température de la couche, ΔT , va s'atténuer selon la loi obtenue en linéarisant l'équation (82) du refroidissement vers l'espace autour de T_0 :

$$\frac{\partial \Delta T}{\partial t} = -\frac{1}{\rho C_p} \frac{\partial}{\partial T} \left(\int \pi B_{\bar{\nu}}(T_0(z)) \left| \frac{dT^*(\tau_{\bar{\nu}})}{dz} \right| d\bar{\nu} \right) \Delta T$$

On définit la constante de temps $\tau_{\text{rad.}}$ de refroidissement radiatif par : $\frac{1}{\tau_{\text{rad.}}} = -\frac{1}{\Delta T} \frac{\partial \Delta T}{\partial t}$

6. Le contexte diffère donc de celui de la section 3 où l'absence d'absorption dans le domaine solaire en dehors de la surface aboutissait à une impossibilité d'obtenir un équilibre radiatif.

Approximation du refroidissement newtonien : constante de temps

$$\tau_{\text{rad.}} = \frac{\rho C_p}{\int \frac{\partial M_B}{\partial T}(\bar{\nu}, T_0) \left| \frac{dT^*(\tau_{\bar{\nu}})}{dz} \right| d\bar{\nu}}$$

- En **troposphère**, $\tau_{\text{rad.}}$ est de l'ordre de 10 jours, très supérieure aux temps caractéristiques des mouvements qui peuvent donc être considérés comme adiabatiques.
- En **stratosphère**, elle n'est que de 3 à 5 jours, ce qui explique l'importance des phénomènes radiatifs dans ce domaine d'altitude.

Une analyse plus détaillée montre que la constante de temps radiative décroît avec l'échelle verticale des perturbations.

Luminance spectrale émergente d'une planète en IR tellurique

En télédétection passive, un satellite en visée verticale vers le bas (nadir) mesure la luminance spectrale $L_{\nu}^{\uparrow}(z = \infty, \theta = 0)$ émise verticalement par la planète vers l'espace.

Dans le domaine tellurique, $J_{\nu} = B_{\nu}(T)$, donc

$$L_{\nu} = B_{\nu}(T_S) T_{\nu}(0) + \int_0^{\infty} B_{\nu}(T(z)) \frac{\partial T_{\nu}(z)}{\partial z} dz \quad (83)$$

Le premier terme est la contribution de la surface et le second celle de l'atmosphère.

- T_S : température de la surface, supposée d'émissivité unité
- $\tau_{\nu}(z)$: épaisseur optique verticale entre l'altitude z et le haut de l'atmosphère
- $T_{\nu}(z) = \exp(-\tau_{\nu}(z))$: transmission monochromatique à la verticale entre l'altitude z et le haut de l'atmosphère à ν ; $T_{\nu}(\infty) = 1 \quad \forall \nu$
- $A_{\nu}(z) = 1 - T_{\nu}(z)$ absorption de la couche entre z et $z' = \infty$; $A_{\nu}(\infty) = 0 \quad \forall \nu$.
- $W_{\nu}(z) = \frac{\partial T_{\nu}(z)}{\partial z}$ est appelée **fonction de poids** monochromatique : elle détermine la part de la contribution de la couche z à L_{ν} .

Luminance spectrale émergente d'une planète en IR tellurique

Pour chaque nombre d'onde, on traduit la luminance spectrale mesurée en **température de brillance** $T_B(\nu)$ telle que $B_{\nu}(T_B(\nu)) = L_{\nu}$

L_{ν} dépend des températures T_S , et $T(z)$ et du profil de transmission $T_{\nu}(z)$.

- En tellurique, l'absorption est saturée : $T_{\nu}(0) \approx 0$ sauf dans les fenêtres atmosphériques. T_S n'a pas d'influence sur L_{ν} .
- Mais, dans le domaine 8–12 μm , $\tau_{\nu}(z=0) \approx 0$ (sauf autour de 9,6 μm à cause de O_3). $T_{\nu}(0) = 1 \Rightarrow L_{\nu} = B_{\lambda}(T_S)$ dans cette fenêtre $T_B(\nu) = T_S$.

Modèle atmosphérique élémentaire 1

- Modèle thermique 1 :
 - la surface à la température T_S
 - atmosphère supposée **isotherme** à la température T_1 .
- Transmission 1 : atmosphère transparente sauf pour une bande $[\nu_1, \nu_2]$ d'absorption isolée centrée sur ν_0 où $A_{\nu} \approx 1$.

Atmosphère isotherme

Si l'atmosphère est isotherme, sa luminance spectrale ne dépend pas de z , donc la luminance spectrale émergente peut s'écrire :

$$\begin{aligned} L_\nu &= B_\nu(T_S) [1 - A_\nu(0)] + B_\nu(T_1) \int_0^\infty \frac{\partial T_\nu(z)}{\partial z} dz \\ &= B_\nu(T_S) [1 - A_\nu(0)] + B_\nu(T_1) [T_\nu(\infty) - T_\nu(0)] \\ &= B_\nu(T_S) [1 - A_\nu(0)] + B_\nu(T_1) A_\nu(0) \\ &= B_\nu(T_S) + [B_\nu(T_1) - B_\nu(T_S)] A_\nu(0) \end{aligned} \quad (84)$$

- $L_\nu = B_\nu(T_S)$ hors absorption ;
- $L_\nu = B_\nu(T_1)$ si $A_\nu(0) = 1$.

Atmosphère isotherme

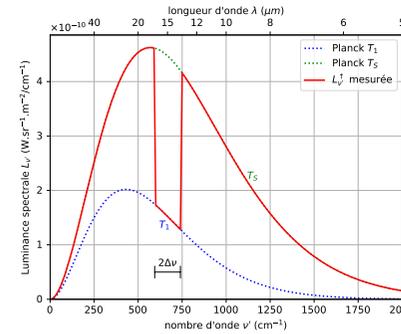


Figure 90 – Luminance émergente pour une atmosphère à $T_1 < T_S$ cas le plus courant pour la Terre bande **vue en absorption**

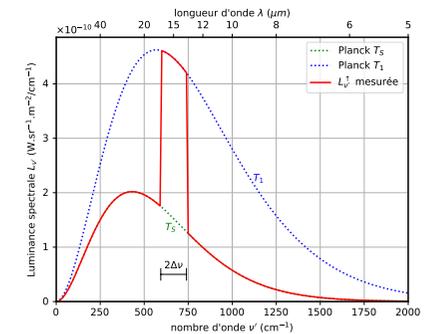


Figure 91 – Luminance émergente pour une atmosphère à $T_1 > T_S$ régions polaires sur Terre ou Mars de nuit bande **vue en émission**

Atmosphère à deux couches isothermes

Modèle atmosphérique élémentaire 2

- Modèle thermique 2 à trois températures $T_1 < T_2 < T_S$:
 - la surface à la température T_S
 - troposphère supposée **isotherme** à la température T_1 .
 - stratosphère supposée **isotherme** à la température T_2 .
- Transmission 2 : atmosphère transparente sauf dans une bande d'absorption centrée sur ν_0 comportant un pic de largeur $2\delta\nu$ et une bande large de largeur $2\Delta\nu > 2\delta\nu$:
 - pic saturé en prenant en compte la seule stratosphère $|\nu - \nu_0| \leq \delta\nu \Rightarrow A_\nu(z_T) \approx 1$ où z_T est l'altitude de la tropopause
 - bande saturée en prenant en compte toute l'atmosphère $|\nu - \nu_0| \leq \Delta\nu \Rightarrow A_\nu(0) \approx 1$.

Deux couches isothermes

On découpe l'intégration en troposphère et stratosphère, chacune isotherme.

$$\begin{aligned} L_\nu &= B_\nu(T_S) T_\nu(0) + B_\nu(T_1) \int_0^{z_T} \frac{\partial T_\nu(z)}{\partial z} dz + B_\nu(T_2) \int_{z_T}^\infty \frac{\partial T_\nu(z)}{\partial z} dz \\ &= B_\nu(T_S) T_\nu(0) + B_\nu(T_1) [T_\nu(z_T) - T_\nu(0)] + B_\nu(T_2) [T_\nu(\infty) - T_\nu(z_T)] \\ &= B_\nu(T_S) [1 - A_\nu(0)] + B_\nu(T_1) [A_\nu(0) - A_\nu(z_T)] + B_\nu(T_2) [1 - T_\nu(z_T)] \\ &= B_\nu(T_S) + A_\nu(0) \underbrace{[B_\nu(T_1) - B_\nu(T_S)]}_{<0 \text{ car } T_1 < T_S} + A_\nu(z_T) \underbrace{[B_\nu(T_2) - B_\nu(T_1)]}_{>0 \text{ car } T_2 > T_1} \end{aligned} \quad (85)$$

- $L_\nu = B_\nu(T_S)$ si $|\nu - \nu_0| > \Delta\nu$ hors absorption ;
- $L_\nu = B_\nu(T_1)$ si $\delta\nu < |\nu - \nu_0| < \Delta\nu$ car $A_\nu(0) = 1$ mais $A_\nu(z_T) = 0$.
- $L_\nu = B_\nu(T_2)$ si $|\nu - \nu_0| < \delta\nu$ car $A_\nu(z_T) = 1$ donc $A_\nu(0) = 1$.

Deux couches isothermes

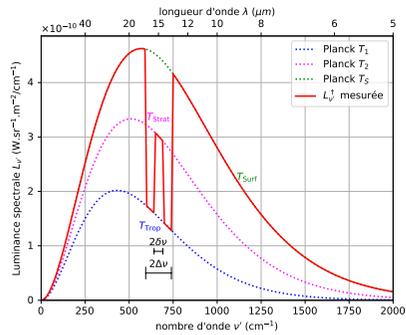


Figure 92 – Luminescence émergente pour une atmosphère à 2 couches isothermes

$$T_1 < T_2 < T_5$$

troposphère et stratosphère

Depuis l'espace, on voit

- la surface en dehors de la bande de largeur $2\Delta\nu$
- la troposphère à l'intérieur de la bande $2\Delta\nu$, mais à l'extérieur du pic central de largeur $2\delta\nu$: bande large $2\Delta\nu$ **vue en absorption**
- la stratosphère à l'intérieur du pic central de largeur $2\delta\nu$: mais pic central $2\delta\nu$ **vu en émission**

Rappel : spectre du CO_2 autour de $15 \mu\text{m}$ avec pic central très intense (branche Q) et branches latérales P et R moins intenses.

Luminances spectrales dans l'infra-rouge

Noter que les courbes de la fonction de Planck tracées pour différentes températures permettent d'évaluer graphiquement la **température de brillance** T_ν , dans les différents domaines spectraux. La luminance spectrale du Corps Noir en fonction du nombre d'onde présente un maximum caractérisé par $\lambda T \approx 5100 \mu\text{m K}$.

Comme pour le Soleil, l'émission vue de l'espace provient essentiellement de l'altitude où $\tau_\nu(z, \infty) = 1$ (où un photon émis vers haut ne sera plus absorbé). qui définit, pour chaque nombre d'onde, une température de brillance.

Pour visualiser l'influence des différents absorbants atmosphériques sur les luminances montante et descendante, on pourra utiliser le modèle MODTRAN grâce à l'interface web du site de l'Université de Chicago

<http://climatemodels.uchicago.edu/modtran/modtran.html>.

Exemples de spectres infra-rouge observés depuis l'espace

Figure 93 – Luminescence spectrale de la Terre en fonction du nombre d'onde, d'après SALBY (1996).

- en ciel clair $\tau_c = 0$:

- dans la fenêtre atmosphérique, $8\text{--}12 \mu\text{m}$, $T_\nu \approx 296 \text{ K}$, on observe l'émission de la surface assez chaude à faible latitude (12°N).
- dans la bande du CO_2 à $15 \mu\text{m}$, $T_\nu \approx 216 \text{ K}$, proche de celle de la tropopause.
- dans la bande de l'ozone à $9,6 \mu\text{m}$, la température de brillance T_ν descend à 266 K , caractéristique de la stratosphère.

- en présence de nuages (cirrus) d'épaisseur optique τ_c variant de 0,1 à 5 : s'ils sont optiquement épais, leur altitude (leur température) détermine le niveau d'émission dans la fenêtre $8\text{--}12 \mu\text{m}$, mais n'influence pas la bande du CO_2 .

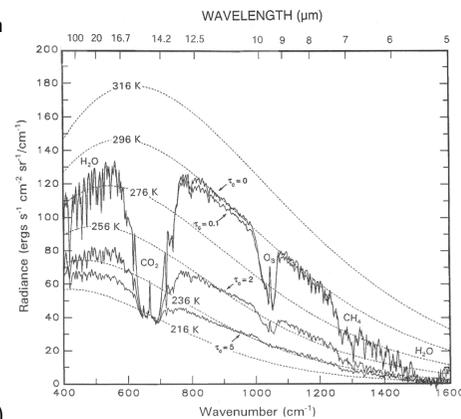


Figure 93: Spectrum of outgoing LW radiation observed by Nimbus-4 IRIS for a clear-sky region ($\tau_c = 0$) at ($134^\circ\text{E}, 12^\circ\text{N}$) and neighboring cirrus-covered regions ($\tau_c > 0$). Courtesy of B. Carlson (NASA/Goddard Institute for Space Studies).

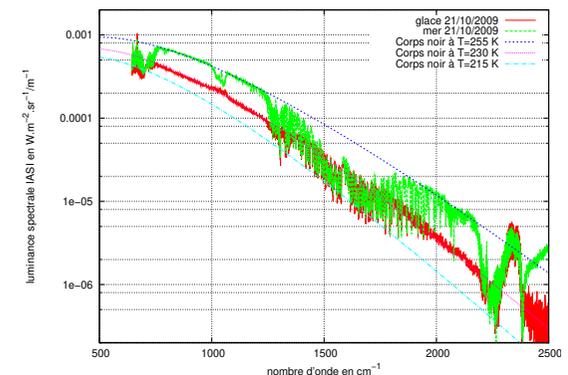
⚠ Erreur échelle de λ : au bord gauche $\lambda = 25 \mu\text{m}$.

Spectres infra-rouge observés par IASI depuis l'espace

Figure 94 – Luminescence spectrale infra-rouge en région polaire mesurée par l'instrument IASI (en fonction du nombre d'onde) :

- sur la glace, la surface est plus froide que l'atmosphère et la raie de l'ozone à $9,6 \mu\text{m}$ apparaît en émission ;
- sur la mer, la surface est plus chaude et la raie de l'ozone se manifeste en absorption.

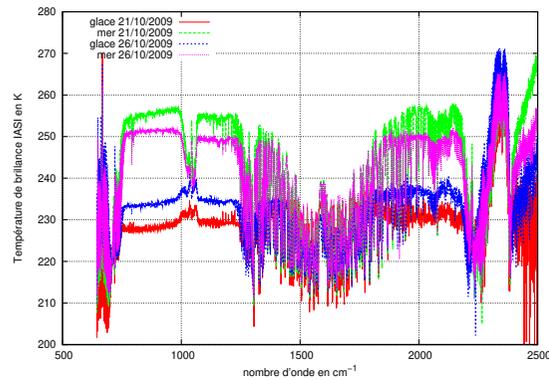
Données IASI fournies par C. Clerbaux, J. Hadji-Lazarro, C. Scannell, LATMOS/UPMC.



Spectres infra-rouge observés par IASI depuis l'espace

Figure 95 – Températures de brillance IR en région polaire mesurées par l'instrument IASI : dans la fenêtre IR, on perçoit la température de surface, beaucoup plus froide sur la glace qu'en mer. À $9,6\ \mu\text{m}$, on retrouve une température stratosphérique plus chaude que celle de la glace, mais plus froide que celle de la mer.

Données IASI fournies par C. Clerbaux, J. Hadji-Lazarro, C. Scannell, LATMOS/UPMC.

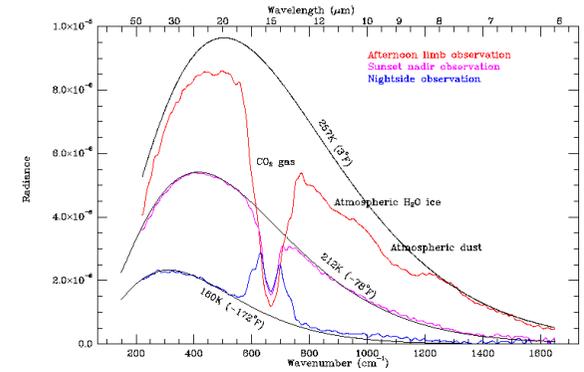


Spectres émis par la planète Mars observés par TES

Figure 96 – Spectre infra-rouge émis par la planète Mars, mesuré par TES.

cf. : <http://tes.asu.edu/webdata/3teslooks.gif>

- **de nuit** (courbe la plus basse), la surface est très froide et la bande du CO_2 à $15\ \mu\text{m}$ apparaît en **émission** car l'atmosphère est plus chaude que la surface (ce qui se produit de façon exceptionnelle sur Terre, dans les régions polaires).
- **au coucher du soleil et l'après-midi**, la surface est plus chaude que l'atmosphère et le CO_2 apparaît en **absorption**, comme en général sur la Terre.



Plan du chapitre bilan radiatif global

- 1 Rayonnement solaire
 - Géométrie
 - Albédo planétaire
 - Absorption du rayonnement solaire
- 2 Rayonnement tellurique infra-rouge
 - Absorption et émission de la surface
 - Absorption et émission de l'atmosphère
- 3 Bilans énergétiques globaux
 - Bilan de la surface
 - Bilan radiatif de l'atmosphère (nuageuse)
- 4 Variations avec la latitude et avec la saison
 - Bilans énergétiques par bandes de latitude
 - Variations saisonnières
- 5 Évolution du CO_2 et effet de serre

Rayonnement solaire = Corps Noir à la température de la photosphère, $T_S \approx 5800\ \text{K}$.

Émittance du Soleil $M_S = \sigma T_S^4$ (loi de Stefan)

Constante solaire C : éclairement solaire moyen en haut de l'atmosphère terrestre,

Par symétrie sphérique, $C = M_S R_S^2 / D_{TS}^2 \approx 1368\ \text{W m}^{-2}$

où D_{TS} est la distance moyenne Terre-Soleil et R_S le rayon du Soleil.

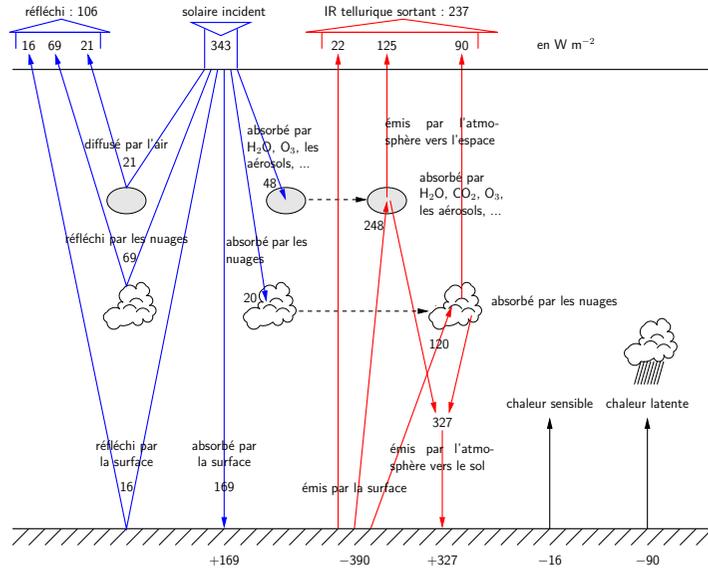
Interception du flux solaire (parallèle) par la Terre sur la surface projetée perpendiculairement aux rayons solaires, celle du **disque** $\Sigma = \pi R_T^2$

- La **rotation rapide** de la planète tend à homogénéiser la température en longitude, même si le contraste diurne demeure.
- **Atmosphère et océan**, véhiculent une partie de l'énergie excédentaire des régions équatoriales vers les hautes latitudes \implies diminue le gradient en latitude de la température

Dans l'approximation d'une Terre isotherme, la planète émet un rayonnement uniforme sur toute la surface de la sphère $S = 4\pi R_T^2$.

Flux solaire intercepté en moyenne **par unité de surface réelle** de la Terre :

$C\Sigma/S = C/4 \approx 343\ \text{W m}^{-2}$.



Albedo

La fraction réfléchie (de façon spéculaire ou diffuse) par la planète du flux solaire intercepté définit son **albedo sphérique** ou albedo de Bond : $A = 106 \text{ W m}^{-2} / 343 \text{ W m}^{-2} \approx 0,31$.

Contributions par ordre décroissant :

- 69 W m^{-2} (20 % du flux) par les **nuages** (65 % de l'albedo) ;
- 21 W m^{-2} (6 % du flux) par les **molécules** (diffusion Rayleigh en λ^{-4}) et les **aérosols** (diffusion Mie qui dépend moins fortement de λ) (20 % de l'albedo) ;
- 16 W m^{-2} (5 % du flux) par la **surface** de la planète (15 % de l'albedo).

La nature de la surface influe beaucoup sur l'albedo local avec notamment un fort contraste entre les océans et les surfaces émergées.

neige	0,95 → 0,40 (fraîche → ancienne)
glace	0,40 → 0,30
sable	0,45 → 0,20 (sec → humide)
savane	0,30 → 0,15 (sèche → humide)
forêts	0,20 → 0,05
mer	0,20 → 0,05 (dépend de l'agitation)

Table 3 – Albedo de surface

Absorption du rayonnement solaire

- **Solaire absorbé par l'atmosphère** : 68 W m^{-2} , soit 20 % du rayonnement incident.
 - Les **UV solaires** sont fortement absorbés notamment par l'ozone dans la stratosphère.
 - L'**infra-rouge solaire** est partiellement absorbé par les nuages et la vapeur d'eau
- Mais la partie transmise (185 W m^{-2} , soit 54 % du rayonnement solaire, en particulier le **visible**, est, pour l'essentiel, **absorbée à la surface** : 169 W m^{-2} , soit 49 %.

Absorption et émission de la surface en IR tellurique

Dans le domaine de l'**infra-rouge tellurique**, la **surface** se comporte quasiment comme un corps noir avec une émissivité (= absorptivité, loi de Kirchhoff) $\varepsilon \approx 1$:

- 0,99 pour la neige (la neige absorbe très peu le visible),
- 0,95 en moyenne pour les continents,
- 0,94 pour les océans.

La surface de la Terre à la température moyenne de 288 K, émet environ 390 W m^{-2} . Maximum d'émittance spectrale vers $10 \mu\text{m}$ (loi de Wien).

Absorption et émission de l'atmosphère

Les nuages, la vapeur d'eau, le dioxyde de carbone à $15\ \mu\text{m}$, l'ozone à $9,6\ \mu\text{m}$ et d'autres minoritaires **absorbent** $(390 - 22)/390 \approx 94\%$ du rayonnement infra-rouge tellurique :
Exception : la fenêtre IR $8-12\ \mu\text{m}$ très transparente par ciel clair.

- **Sans effet de serre**, l'absorption des $169\ \text{W m}^{-2}$ solaires donnerait, sans flux non-radiatif, une température d'équilibre de la surface de l'ordre de $234\ \text{K}$, nettement sous-estimée.
- L'**effet de serre**, flux IR émis vers le bas par l'atmosphère ($327\ \text{W m}^{-2}$) contribue environ 2 fois plus au chauffage de la surface que le flux solaire ($169\ \text{W m}^{-2}$).
Si la surface était en équilibre purement radiatif, elle devrait émettre $327 + 169 = 496\ \text{W m}^{-2}$, d'où $T_S = 306\ \text{K}$ surestimée de $18\ \text{K}$.

Bilans énergétiques globaux : surface

Table 4 – Bilan radiatif de la surface en W m^{-2}

+ solaire absorbé	+169
+ atmosphère ↓	+327
– émission IR	–390
excédent radiatif	+106

Sans flux non-radiatif, la surface aurait donc tendance à se réchauffer.

Mais cet excédent est compensé par des flux non-radiatifs de la surface vers l'atmosphère :

- le flux de **chaleur sensible** dû aux mouvements de convection dans la basse atmosphère : $16\ \text{W m}^{-2}$;
- le flux de **chaleur latente** lié aux changements de phase de l'eau : évaporation-transpiration en surface, puis condensation de la vapeur d'eau en altitude avec formation de nuages d'eau liquide ou de glace . Estimer ce flux à partir de la hauteur moyenne annuelle globale des précipitations $\approx 1\ \text{m}$ d'eau liquide par an $\rightsquigarrow 90\ \text{W m}^{-2}$.

Bilans énergétiques globaux : atmosphère

Table 5 – Bilan radiatif de l'atmosphère en W m^{-2}

+ solaire absorbé	+68
+ absorption de l'émission de la surface ↑	+368
– émission de l'atmosphère ↓	–327
– émission de l'atmosphère ↑	–215
déficit radiatif	–106

Ce déficit, qui tendrait à refroidir l'atmosphère, est en fait compensé par les flux non-radiatifs de la surface vers l'atmosphère.

NB : émission de l'atmosphère : $\downarrow > \uparrow$ car température décroissante, mais modèle 0D.

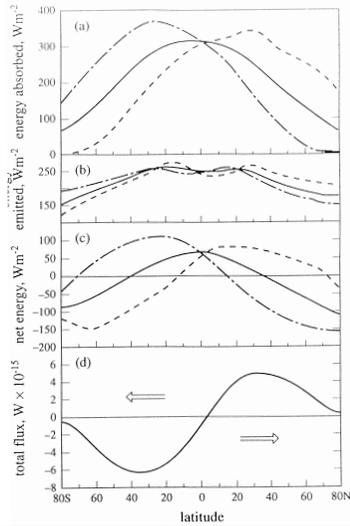
Bilans énergétiques par bandes de latitude

- Le bilan radiatif annuel moyen par bande de latitude (**flux radiatif net**) montre un excédent d'énergie dans la zone inter-tropicale et un déficit aux hautes latitudes (*cf. fig. 97*).
 - essentiellement dû à la répartition du rayonnement solaire incident,
 - mais aussi renforcé par l'albedo élevé des régions polaires (*cf. fig. 100*).
- Ce déséquilibre radiatif met en marche la machine thermique. Océan et atmosphère assurent un transport d'énergie (**chaleur sensible** et **chaleur latente** dans l'atmosphère) des basses latitudes vers les pôles tendant à rétablir l'équilibre en latitude (voir les différentes contributions sur la *fig. 99*).
 \Rightarrow contraste thermique notablement réduit (comparer flux émis et absorbé).

Bilans énergétiques par bandes de latitude

Figure 97 – Variation en latitude des flux surfaciques au sommet de l'atmosphère (d'après GOODY (1995))

- en trait plein : (a) flux surfacique solaire absorbé
- en trait mixte : (b) flux surfacique IR émis par la planète
- en tireté : (c) flux surfacique net = solaire absorbé - tellurique émis
- en tireté : (d) flux méridien à travers un cercle de latitude, orienté positivement vers le Nord



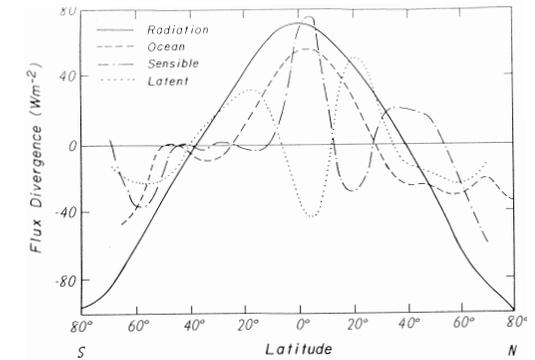
Inclinaison de l'axe des pôles \implies le maximum d'insolation se déplace en latitude au cours des saisons.

Composantes du transport méridien d'énergie

Figure 98 – Divergence des flux d'énergie en fonction de la latitude.

Chaleur latente : minima associés à des zones de précipitations intenses (par ex. autour de l'équateur) et maxima à des zones de forte évaporation aux tropiques. Somme des termes de transport = flux radiatif net en haut de l'atmosphère.

D'après PEIXOTO et OORT (1992).



Composantes du transport méridien d'énergie

Figure 99 – Profils méridiens des différentes composantes du transport de puissance vers les pôles : l'unité est le petawatt (1PW = 1 × 10¹⁵ W).

Dans l'hémisphère Nord, le maximum océanique se situe vers 20° de latitude, alors que le maximum atmosphérique est plus étendu autour de 45°.

D'après PEIXOTO et OORT (1992).

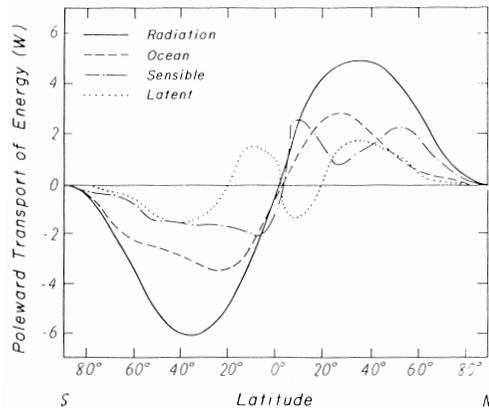


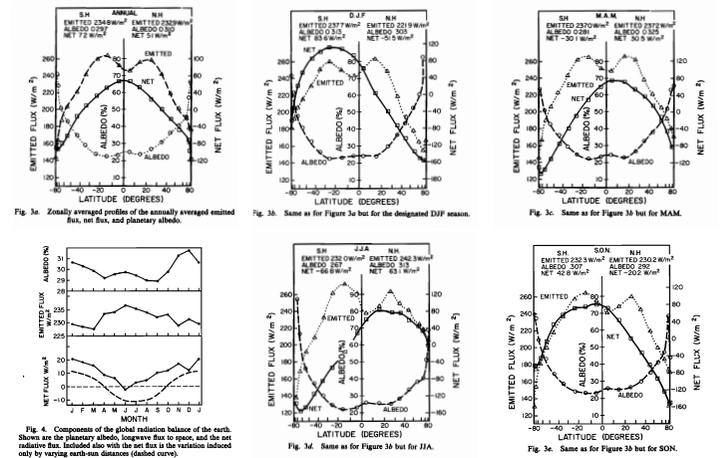
Figure 100 – Profils méridiens annuels et saisonniers des flux surfaciques émis et net et de l'albedo.

Bilans à partir d'observations satellitaires. Noter :

- le minimum de flux émis dans la zone de convergence intertropicale (ZCIT)
- les maxima d'albedo aux pôles

Cycle annuel de l'albedo, des flux émis et net et variation due à l'excentricité.

D'après G. L. STEPHENS *et al.*, J. Geophys. Res. Ocean., **86**, C10, 1981.



Évolution du dioxyde de carbone

Figure 101 – Évolution du rapport de mélange en volume du dioxyde de carbone atmosphérique depuis l'an 1000.
Le zoom figure aussi en pointillés les émissions de CO₂ en gigatonnes de carbone par an depuis 1850.

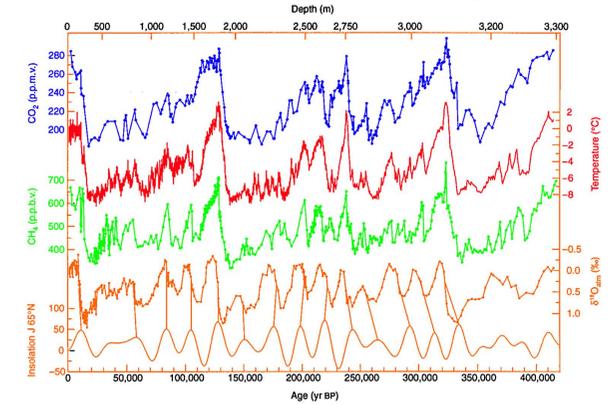
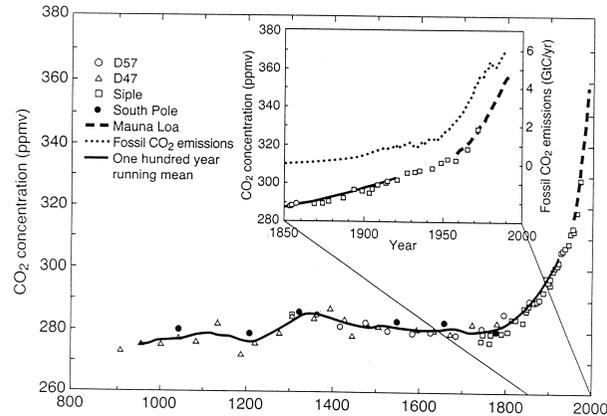


Figure 102 – Dioxyde de carbone, méthane et anomalie de température estimés à partir des bulles d'air des carottes de glaces antarctiques (Vostok), ainsi que les variations d'éclairement solaire à 65° N dues aux cycles de Milankovitch et celles de l'isotope ¹⁸O depuis 420 000 ans (échelle de temps inversée en milliers d'années avant J.-C.).
D'après PETIT *et al*, Nature, vol. 399, 1999.

Plan du chapitre lidar

1 Principe de mesure du lidar

- Introduction au lidar
- Résolution en distance
- Équation du lidar
- Processus d'interaction rayonnement atmosphère
- Applications du lidar

2 Analyse du signal reçu

- Dynamique du signal reçu
- Deux canaux de numérisation
- Saturation et bruit
- Prétraitement et sommation

Introduction au lidar

Light **D**etection and **R**anging =
équivalent optique du radar

- émission d'un faisceau laser très directif dans l'atmosphère
- propagation : absorption et diffusion par le gaz atmosphérique, les nuages et les aérosols ;
- infime partie du rayonnement rétrodiffusée à chaque altitude et reçue par un télescope
- analyse du signal rétrodiffusé
⇒ paramètres atmosphériques.

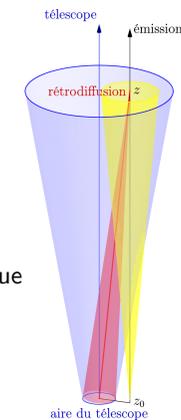


Figure 103 – Géométrie d'un lidar monostatique non coaxial

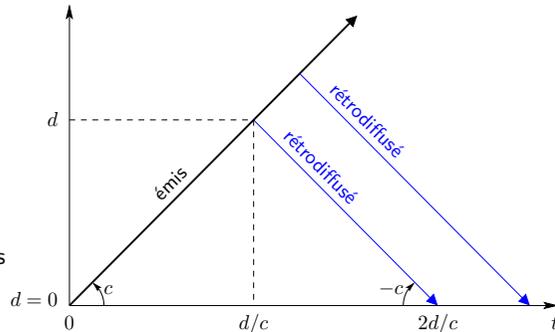
Résolution en distance du lidar à impulsions

Si le lidar émet des impulsions très courtes, le temps d'aller et retour permet d'identifier la distance de la zone atmosphérique responsable de la rétrodiffusion :
 \Rightarrow mesure de profils en distance.

Figure 104 – Résolution en distance du lidar :

- en noir : propagation du rayonnement émis par le laser
- en bleu : propagation du rayonnement rétrodiffusé par différentes couches atmosphériques

En visée verticale, $d = z - z_0$, mesure de profils verticaux : $z = z_0 + ct/2$



Équation du lidar à diffusion élastique

Équation du signal $S(z, \lambda)$ reçu :

$$S(z, \lambda) = k \frac{A}{(z - z_0)^2} \beta(z, \lambda) \exp[-2\tau(z, \lambda)] \quad (86)$$

- $k \propto$ énergie de l'impulsion laser ;
- $\beta(z, \lambda)$, **coefficient de rétrodiffusion** par unité de longueur et d'angle solide en $\text{m}^{-1} \text{sr}^{-1}$;
- la transmission aller-retour entre le lidar à l'altitude z_0 et l'atmosphère à l'altitude z ,

$$T^2(z, \lambda) = \exp[-2\tau(z, \lambda)] \quad \text{où} \quad \tau(z, \lambda) = \int_{z_0}^z \alpha(z', \lambda) dz' \quad (87)$$

où $\alpha(z, \lambda)$ est le **coefficient d'extinction** par unité de longueur en m^{-1}

- $\Omega = A/(z - z_0)^2$ angle solide sous lequel est vue la A surface du télescope de réception du signal rétrodiffusé.

Processus d'interaction rayonnement atmosphère

Interactions avec les molécules du gaz atmosphérique, les particules et les nuages :
diffusion (Rayleigh et Mie) et **absorption**

- **Rétrodiffusion** β ($\text{m}^{-1} \text{sr}^{-1}$)

$$\beta = \underbrace{\beta^{\text{molécules}}}_{\beta_{\text{Rayleigh}}} + \underbrace{\beta^{\text{aérosols}} + \beta^{\text{nuages}}}_{\beta_{\text{Mie}}} \quad (88)$$

$$\beta(z, \lambda) = \sum_i n_i(z) \frac{d^2 \sigma_i(\lambda)}{d^2 \Omega} (\pi) \quad (89)$$

- **Extinction** α (m^{-1})

- par diffusion (gaz atmosphérique, aérosols et nuages)
- par absorption (gaz minoritaires ou particules à certaines λ)

$$\alpha(z, \lambda) = \alpha^{\text{diff}} + \alpha^{\text{abs}} = \sum_i n_i(z) \sigma_i^{\text{diff}}(\lambda) + \sum_j n_j(z) \sigma_j^{\text{abs}}(\lambda) \quad (90)$$

Différentes applications du lidar

Restitution de profils verticaux de :

- **Température** en s'appuyant sur le terme de rétrodiffusion Rayleigh ;
- **Aérosols et nuages** en s'appuyant sur la rétrodiffusion de Mie ;

Définition

Rapport de diffusion $R(z, \lambda)$

$$R(z, \lambda) = \frac{\beta(z, \lambda)}{\beta_{\text{R}}(z, \lambda)} = 1 + \frac{\beta_{\text{M}}(z, \lambda)}{\beta_{\text{R}}(z, \lambda)} \geq 1 \quad (91)$$

- **Composés minoritaires** (O_3 par exemple) via le terme d'absorption dans α : lidar à absorption différentielle avec deux λ proches
 - λ_1 absorbée
 - λ_2 non absorbée
 - rapport des deux signaux pour éliminer le facteur β (rétrodiffusion)

Dynamique du signal reçu

Le signal lidar mesuré par le détecteur décroît très rapidement avec l'altitude à cause des trois facteurs :

- géométrie $\propto 1/d^2$
- rétrodiffusion $\propto \exp(-z/H)$
- transmission $\propto \exp(-2\tau(z))$.

Cette dynamique impose deux limites au domaine d'altitude exploitable :

- **vers le bas** à cause de la **saturation** du signal électronique détecté ou du compteur de photoélectrons par la rétrodiffusion des couches les plus proches aussi les plus denses ;
- **vers le haut** où le signal lidar des couches les plus éloignées et les moins denses devient **trop faible** devant la luminance du ciel et le bruit de fond.

Les deux canaux : mesure de courant et comptage de photons

Pour couvrir le plus grand domaine possible, on utilise parfois **deux voies optiques** :

- une voie basses couches à faible portée ;
- une voie à plus longue portée mais aveugle dans le bas (par exemple télescope à champ plus étroit).

Autre technique : **deux canaux électroniques** de mesure

- Un canal dit **analogique** de mesure de courant avec une résolution verticale très fine pour les signaux forts issus de basses couches ;
- Un canal **comptage de photons** de résolution verticale plus grossière adapté aux faibles signaux issus des hautes couches.

Petit domaine d'altitude où ces deux signaux sont simultanément exploitables

Raccorder les deux profils \rightsquigarrow profil composite sur un domaine étendu.

Estimer le rapport entre les constantes multiplicatives k de l'équation lidar des deux canaux.

Signaux bruts : saturation et bruit

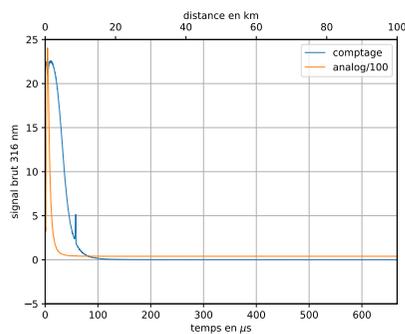


Figure 105 – Exemples de signaux bruts en fonction du temps

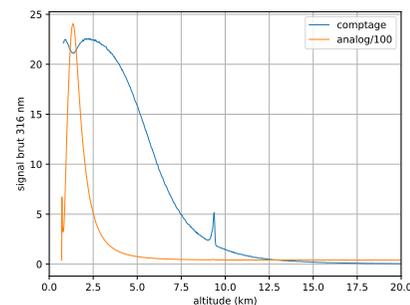


Figure 106 – Exemples de signaux bruts : zoom en fonction de l'altitude

Prétraitement et sommation

- Au signal lidar défini par l'équation (86) s'ajoute la luminance du ciel.
Retrancher la luminance du ciel (et la tension de décalage analogique) estimée à partir du signal à très haute altitude où la rétrodiffusion est négligeable.
 $\rightsquigarrow (S - FC)$
- **Corriger le signal du carré de la distance** $d = z - z_0$

$$f(z, \lambda) = (S - FC) \times d^2 \propto \beta(z, \lambda) \exp[-2\tau(z, \lambda)] \quad (92)$$

- Comptage de photons = processus stochastique de Poisson

$$\text{Var}(N) = E(N) \Rightarrow \frac{\delta(N)}{E(N)} = \frac{\sqrt{\text{Var}(N)}}{E(N)} = \frac{1}{\sqrt{E(N)}}$$

Améliorer le rapport signal sur bruit d'un facteur \sqrt{n} en **sommant les signaux sur n tirs** laser sur une durée où l'atmosphère peut être considérée comme figée.

Exemple : fréquence de tir de l'émetteur 20 Hz et moyenne sur 3 minutes

$$\Rightarrow S/B \text{ amélioré d'un facteur } \sqrt{3600} = 60.$$

Bibliographie I

BOHREN, CRAIG F. et EUGENE E. CLOTHIAUX, *Fundamentals of Atmospheric Radiation*, 472 p. (Wiley-VCH, 2006), ISBN 978-3-527-40503-9.

[Rech.] Un traitement très général des processus d'interaction entre le rayonnement et l'atmosphère, émission, absorption et diffusion, qui traite aussi la diffusion multiple et la polarisation. L'ouvrage comporte une riche bibliographie commentée et de nombreux exercices.

BRASSEUR, GUY et SUSAN SOLOMON, *Aeronomy of the middle atmosphere* (D. Reidel, 1986), 2^e édition.

[Rech.] Un des premiers ouvrages qui étudie en détail le rayonnement solaire dans l'atmosphère moyenne. Très complet sur les courtes longueurs d'onde et la haute atmosphère.

DEIRMENDJIAN, DIRAN, *Electromagnetic Scattering on Spherical Polydispersions*, 290 p. (Elsevier, 1969), ISBN 444-00038-0.

[Spéc.] Ouvrage spécialisé sur la diffusion par les particules sphériques. Rappel de la théorie de Mie, prise en compte de la polarisation et surtout calcul des sections efficaces de diffusion de diverses distributions de gouttelettes dans les nuages ou de poussières planétaires. Nombreuses tables et résultats graphiques.

GOODY, R. M., *Principles of Atmospheric Physics and Chemistry*, 324 p. (Oxford University Press, 1995), ISBN 0-19-509362-3.

[* Gén.] Un ouvrage de référence sur la physique et la chimie de l'atmosphère en général, avec deux chapitres sur le rayonnement.

Bibliographie II

HARTMANN, DENIS L., *Global Physical Climatology*, tome 56 de *International Geophysics Series*, 408 p. (Academic Press, 1994), ISBN 0-12-328530-5.

[* Gén.] Une excellente introduction à la physique du climat avec un chapitre sur le transfert radiatif.

PEIXOTO, JOSÉ et ABRAHAM OORT, *Physics of Climate*, 564 p. (Springer, 1992), ISBN 0-883187124.

[Rech.] Un ouvrage classique très fouillé sur le climat présentant notamment leur répartition géographique.

SALBY, MURRY L., *Fundamentals of Atmospheric Physics*, tome 61 de *International Geophysics Series*, 625 p. (Academic Press, 1996), ISBN 0-12-615160-1.

[* Gén.] Ouvrage de référence sur la physique de l'atmosphère en général, avec un chapitre sur le rayonnement. On lui préférera maintenant l'édition SALBY (2012) plus complète sur le climat.

SALBY, MURRY L., *Physics of The Atmosphere and Climate*, 718 p. (Cambridge University Press, 2012), 2^e édition, ISBN 978-0-521-76718-7.

[* Gén.] Ouvrage de référence très récent sur la physique de l'atmosphère en général, avec un chapitre sur le rayonnement. Il constitue la deuxième édition de SALBY (1996) complétée sur les aspects physique du climat. La présentation a été remaniée pour signaler en grisé les sections les plus avancées.

TWOMEY, S., *Atmospheric Aerosols*, 302 p. (Elsevier, 1977), ISBN 0-444-41527-0.

[Spéc.] Ouvrage classique sur les aérosols comportant notamment deux chapitres sur l'optique des aérosols