

**Université Pierre et Marie Curie
Paris VI**

**Master de Sciences et Technologies :
– Mention Physique et Applications
– Mention Sciences de l'Univers,
Environnement, Écologie**

**Rayonnement
Atmosphérique**
Notes en cours de rédaction

Avertissement

Ce document très incomplet est diffusé dans une version provisoire. Certains chapitres ne sont pas encore rédigés. Seules quelques figures ont été intégrées... et il reste nécessaire de se reporter au fascicule des figures diffusé séparément.

Dans ce contexte, je vous remercie par avance de me signaler les erreurs aussi bien que les formulations obscures. Vos commentaires et suggestions seront les bienvenus.

Table des matières

Table des matières	ii
1 Grandeurs radiométriques	1
1.1 Grandeurs géométriques	1
1.1.1 Angle solide	1
1.1.2 Étendue géométrique d'un faisceau	2
1.2 Grandeurs radiométriques	3
1.2.1 Flux énergétique	3
1.2.2 Luminance énergétique	4
1.2.3 Intensité énergétique	4
1.2.4 Émittance énergétique	4
1.2.5 Éclairement énergétique	5
1.2.6 Flux orientés à travers un plan	6
1.2.7 Énergie volumique et flux sphérique	6
2 Rayonnement du corps noir	7
2.1 Définition, propriétés du corps noir	7
2.1.1 Processus d'interaction rayonnement matière	7
2.1.2 Définition	7
2.1.3 Lois de Kirchhoff	8
2.2 Luminance du corps noir	9
2.2.1 Loi de Planck : luminances spectrales $B_\lambda(\lambda, T)$ et $B_\nu(\nu, T)$	9
2.2.2 Luminance et émittance énergétiques totales : loi de Stefan	9
2.2.3 Loi de Wien : déplacement du maximum de B_λ	12
2.2.4 Déplacement du maximum de B_ν	13
2.2.5 Formes asymptotiques de la loi de Planck	14
2.2.6 Remarque concernant la loi de Kirchhoff	15
2.3 Températures radiatives	16
2.3.1 Température équivalente d'émission	16
2.3.2 Température monochromatique de brillance	17
3 Le rayonnement solaire	18
3.1 Le rayonnement solaire et sa variabilité propre	18
3.1.1 Structure du Soleil	18
3.1.2 Spectre solaire et constante solaire	19
3.1.3 Variabilité du rayonnement émis, le cycle de 11 ans	21
3.2 Modulation du flux par le mouvement de la Terre	24
3.2.1 Le mouvement de la Terre	24

3.2.2	Paramètres orbitaux	24
3.2.3	Les saisons : obliquité et déclinaison	25
3.2.4	La hiérarchie des cycles de variations d'orbite	26
3.3	Répartition saisonnière et en latitude	28
3.3.1	Calcul de l'angle zénithal	28
3.3.2	Durée du jour	28
3.3.3	Flux moyen journalier	29
3.3.4	Représentation des variations en latitude de l'éclairement solaire	29
	Table des figures	31
	Liste des tableaux	32
	Index	33
	Bibliographie	35

TABLE DES MATIÈRES

Chapitre 1

Grandeurs radiométriques

1.1 Grandeurs géométriques

1.1.1 Angle solide

Définition

L'**angle solide** sous lequel est vue une surface S depuis un point A est l'aire de la surface Σ_1 découpée dans la sphère de rayon unité centrée en A par les rayons issus de A et s'appuyant sur le bord de la surface S .

Unité : le stéradian (sr). Du point de vue équations aux dimensions, un angle solide est le rapport du carré d'une longueur transverse sur le carré d'une longueur radiale, il est donc homogène à un nombre sans dimension.

Exemple d'un cube

Considérer un point quelconque sur un cube et les angles solides sous-lesquels on voit, depuis ce point, l'intérieur puis l'extérieur du cube.

- si le point est sur une face, $\Omega_{\text{int}} = 2\pi$ et $\Omega_{\text{ext}} = 2\pi$
- si le point est sur une arête, $\Omega_{\text{int}} = \pi$ et $\Omega_{\text{ext}} = 3\pi$
- si le point est sur un sommet, $\Omega_{\text{int}} = \pi/2$ et $\Omega_{\text{ext}} = 7\pi/2$

Angle solide élémentaire

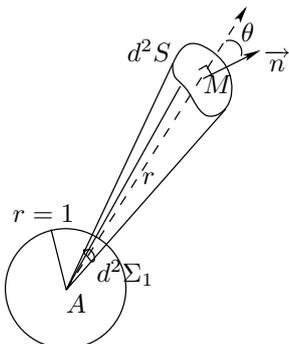


FIGURE 1.1 – Angle solide élémentaire

$$d^2\Omega = \frac{d^2\Sigma_1}{1^2} = \frac{d^2\Sigma}{r^2} = \frac{d^2S \cos \theta}{r^2} \quad (\text{par homothétie})$$

où $\theta = (\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{d^2S})$ est l'angle entre la direction \overrightarrow{AM} et la normale à la surface d^2S .

1.1. GRANDEURS GÉOMÉTRIQUES

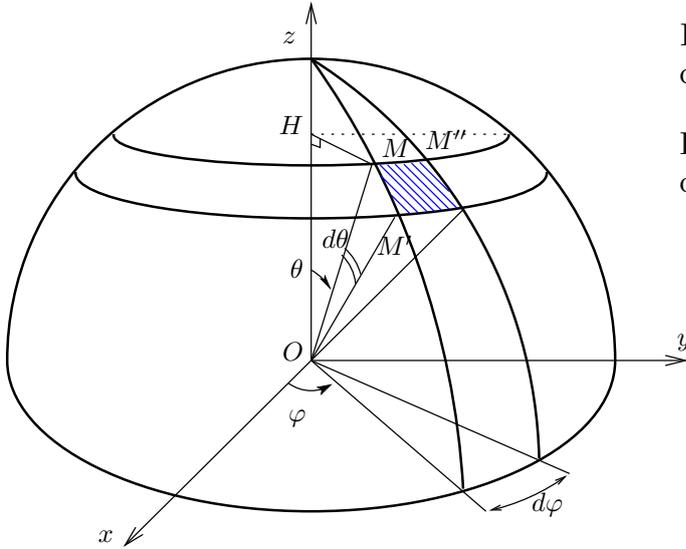


FIGURE 1.2 – Angle solide élémentaire en coordonnées sphériques

Expression de l'angle solide élémentaire en coordonnées sphériques (vu du point O).

$$d^2\Sigma = MM' \times MM''$$

$$MM' = OM d\theta = r d\theta$$

$$MM'' = HM \times d\varphi = r \sin \theta d\varphi$$

$$d^2\Omega = \frac{d^2\Sigma}{r^2} = \sin \theta d\theta d\varphi$$

Exemple d'un cône de révolution

Angle solide défini par un cône à base circulaire de demi-angle au sommet α

$$\Omega = \int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi} \int_{\theta=0}^{\alpha} \sin \theta d\theta d\varphi = 2\pi [-\cos \theta]_0^{\alpha}$$

$$\Omega = 2\pi [1 - \cos \alpha] = 4\pi \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$

Cas particuliers :

– Pour les petits angles

$$\Omega \approx 4\pi \frac{\alpha^2}{4} = \pi \alpha^2$$

à rapprocher de

$$d^2\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi \approx \theta d\theta d\varphi \quad \Omega \approx 2\pi \frac{\alpha^2}{2} = \pi \alpha^2$$

– Cas d'un hémisphère ($\alpha = \pi/2$) : $\Omega_{1/2} = 2\pi$.

– Cas de tout l'espace ($\alpha = \pi$) : $\Omega = 4\pi = 4\pi \times 1^2$ (surface de la sphère).

1.1.2 Étendue géométrique d'un faisceau

Dans un milieu homogène (indice uniforme), la propagation est rectiligne. Deux surfaces élémentaires (en regard) d^2S sur la source et d^2S' sur le récepteur à distance D grande devant les dimensions des surfaces déterminent un tube de lumière élémentaire.

$$d^2\Omega = \frac{d^2S' \cos \theta'}{D^2} = \frac{d^2\Sigma'}{D^2} \quad d^2\Omega' = \frac{d^2S \cos \theta}{D^2} = \frac{d^2\Sigma}{D^2}$$

L'*étendue géométrique* du faisceau élémentaire est définie par :

$$d^4U = d^2S \cos \theta d^2\Omega = \frac{d^2S \cos \theta d^2S' \cos \theta'}{D^2} = \frac{d^2\Sigma d^2\Sigma'}{D^2} = d^2S' \cos \theta' d^2\Omega' \quad (\text{en m}^2 \text{ sr})$$

L'étendue optique, $d^4O = n^2 d^4U$, où n est l'indice du milieu, est conservée dans un système optique. Dans un milieu homogène, l'étendue géométrique est donc conservée.

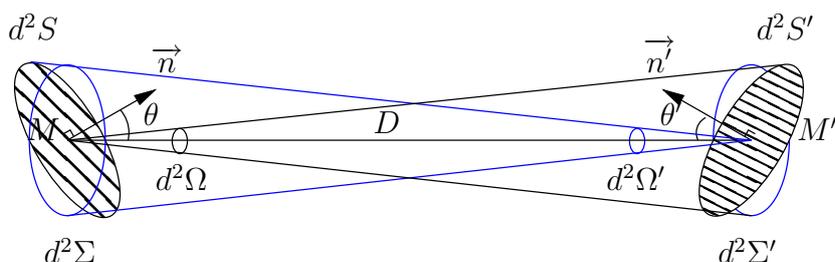


FIGURE 1.3 – Étendue géométrique d'un faisceau élémentaire

Pour une source étendue, $d^2U = \iint_S d^2S \cos \theta d^2\Omega = \Sigma d^2\Omega$, si D est assez grande devant les dimensions de S pour que l'angle solide $d^2\Omega$ reste indépendant de la position du point M sur S .

Exemple : étendue géométrique du faisceau lumineux issu du soleil et intercepté par la Terre

$R_S, R_T \ll D_{TS}$ donc on peut considérer que l'expression de l'étendue élémentaire est suffisante.

$$U = \frac{\Sigma_S \Sigma_T}{D^2} = \frac{\pi^2 R_S^2 R_T^2}{D^2} \approx 8,8 \times 10^9 \text{ m}^2 \text{sr}$$

1.2 Grandeurs radiométriques

1.2.1 Flux énergétique

Flux énergétique Φ en W : puissance du rayonnement électromagnétique émis par une source, transporté par un faisceau ou reçu par un récepteur.

Répartition spectrale du flux :

$$\text{en longueur d'onde} \quad \phi_\lambda = \left| \frac{d\Phi}{d\lambda} \right| \quad \text{en W m}^{-1}$$

$$\text{en fréquence} \quad \phi_\nu = \left| \frac{d\Phi}{d\nu} \right| \quad \text{en W Hz}^{-1}$$

$$\lambda = c/\nu \quad \Rightarrow \quad d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu$$

$$\phi_\lambda = \left| \frac{d\Phi}{d\lambda} \right| = \left| \frac{d\Phi}{d\nu} \right| \left| \frac{d\nu}{d\lambda} \right| = \frac{\nu^2}{c} \phi_\nu \quad \text{et} \quad \phi_\nu = \frac{\lambda^2}{c} \phi_\lambda$$

Donc la longueur d'onde du maximum de ϕ_ν est décalée vers les grandes longueurs d'onde par rapport à celle du maximum de ϕ_λ .

Le flux énergétique dans la bande de longueur d'onde $[\lambda_1, \lambda_2]$ par exemple, est donné par :

$$\Phi_{[\lambda_1, \lambda_2]} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \phi_\lambda d\lambda$$

La notion de répartition spectrale introduite pour le flux s'applique aussi aux quantités définies ci-dessous.

1.2. GRANDEURS RADIOMÉTRIQUES

1.2.2 Luminance énergétique

Le flux énergétique transmis est proportionnel à l'étendue géométrique du faisceau. On définit la **luminance énergétique** L (**radiance** en anglais) par :

$$L = \frac{d^4\Phi}{d^4U} = \frac{d^4\Phi}{d^2S \cos\theta d^2\Omega} = \frac{d^4\Phi}{d^2\Sigma d^2\Omega} \quad \text{en W m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$$

L est la puissance émise par unité d'angle solide et par unité de surface *normale* à la direction d'émission. En général L dépend de la direction (θ, ϕ) .

Une source est dite **lambertienne** si L est indépendante de la direction d'émission (θ, ϕ) .

1.2.3 Intensité énergétique

L'**intensité énergétique** (**radiant intensity** en anglais) dans une direction \vec{u} est le flux énergétique émis par unité d'angle solide autour de cette direction (par l'ensemble de la source)

$$I(\vec{u}) = \frac{d^2\Phi}{d^2\Omega} \quad (\text{en W sr}^{-1})$$

L'intensité émise par une surface élémentaire d^2S s'écrit en fonction de sa luminance :

$$d^2I(\vec{u}) = \frac{d^4\Phi}{d^2\Omega} = L d^2\Sigma = L d^2S \cos\theta$$

L'intensité émise par une surface finie s'obtient par intégration :

$$I = \iint_S d^2I = \iint_S \frac{d^4\Phi}{d^2\Omega} = \iint_S L \cos\theta d^2S$$

L'**indicatrice d'émission** est le lieu que décrit l'extrémité P du vecteur \overrightarrow{MP} issu du point M de direction \vec{u} et de module $I(\vec{u})$.

Si la surface est lambertienne, $I(\theta) = I(0) \cos\theta$. L'indicatrice d'émission est alors une sphère tangente à la surface au point considéré et de diamètre $I(\theta = 0)$.

1.2.4 Émittance énergétique

L'**émittance énergétique**, ou **exitance** (**radiant emittance** en anglais) en un point de la source est le flux énergétique émis (dans toutes les directions) par unité de surface *réelle*.

$$M = \frac{d^2\Phi}{d^2S} \quad (\text{en W m}^{-2})$$

L'émittance dans un angle solide élémentaire $d^2\Omega$ s'écrit en fonction de la luminance :

$$d^2M = \frac{d^4\Phi}{d^2S} = L \cos\theta d^2\Omega$$

L'émittance hémisphérique s'obtient par intégration sur le demi-espace :

$$M = \iint_{2\pi} d^2M = \iint_{2\pi} \frac{d^4\Phi}{d^2S} = \iint_{2\pi} L \cos\theta d^2\Omega$$

Exemple : puissance émise dans un cône de révolution

On considère une source *plane* de surface infinitésimale d^2S qui émet dans un cône de révolution d'axe normal à la surface et d'angle au sommet 2α . En coordonnées sphériques centrées sur l'émetteur et d'axe z selon l'axe du cône,

$$d^2\Omega = \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

$$d^2M = L \cos \theta \, d^2\Omega = L \cos \theta \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

$$M = \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \int_{\theta=0}^{\alpha} L \cos \theta \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

Si L est indépendant de ϕ ,

$$M = 2\pi \int_{\theta=0}^{\alpha} L \cos \theta \sin \theta \, d\theta$$

Si de plus, L est indépendant de θ ,

$$M = \pi L \int_{\theta=0}^{\alpha} d(\sin^2 \theta) = \pi L \sin^2 \alpha$$

Comme l'angle solide sous-lequel se fait l'émission vaut $\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha)$,

$$M = L\Omega \cos^2(\alpha/2) \neq L\Omega \quad \text{sauf si } \alpha \text{ est faible}^1$$

Dans le cas d'une émission hémisphérique **lambertienne** ($\Omega = 2\pi$),

$$\boxed{M = \pi L}$$

1.2.5 Éclairement énergétique

L'**éclairement énergétique** (**irradiance** en anglais) est le flux reçu par unité de surface réelle (issu de toutes les directions).

$$\boxed{E' = \frac{d^2\Phi_r}{d^2S'} \quad (\text{en W m}^{-2})}$$

L'éclairement énergétique est, pour le récepteur, l'analogie de l'émittance pour l'émetteur.

L'éclairement énergétique sous un angle solide élémentaire s'écrit en fonction de la luminance :

$$d^2E' = \frac{d^4\Phi}{d^2S'} = L \cos \theta' \, d^2\Omega'$$

L'éclairement hémisphérique s'obtient par intégration sur l'angle solide :

$$E' = \iint_{2\pi} d^2E' = \iint_{2\pi} L \cos \theta' \, d^2\Omega'$$

Si la luminance incidente est isotrope, $E' = \pi L$.

1. Avec une source plane, l'angle entre la normale à la surface et la direction d'émission introduit un facteur $\cos \theta$ dans l'intégrande, responsable du coefficient $\cos^2(\alpha/2)$.

1.2. GRANDEURS RADIOMÉTRIQUES

1.2.6 Flux orientés à travers un plan

Dans l'atmosphère homogène horizontalement, on introduit des flux orientés par unité de surface, F^\uparrow et F^\downarrow à travers un plan horizontal pour établir des bilans énergétiques couche par couche.

$$F = \int_{4\pi} d^2E' = \int_{4\pi} L \cos \theta' d^2\Omega' = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} L(\theta, \varphi) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi$$

où θ est l'angle par rapport à la verticale ou angle zénithal.

Changement de variable : $\mu = \cos \theta \Rightarrow d\mu = -\sin \theta d\theta$.

$$F = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\mu=-1}^1 L(\mu, \varphi) \mu d\mu d\varphi$$

Décomposition du flux net, F , en flux montant (F^\uparrow) et flux descendant (F^\downarrow) : $F = F^\uparrow - F^\downarrow$

$$F^\uparrow = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\mu=0}^1 L(\mu, \varphi) \mu d\mu d\varphi$$

$$F^\downarrow = - \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\mu=-1}^0 L(\mu, \varphi) \mu d\mu d\varphi$$

Changement de variable $\mu' = |\mu|$.

$$F^\downarrow = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\mu=0}^1 L(-\mu, \varphi) \mu d\mu d\varphi$$

Dans le cas d'un rayonnement isotrope, la luminance est indépendante de la direction et $F^\uparrow = \pi L = F^\downarrow$, donc le flux net F est nul.

1.2.7 Énergie volumique et flux sphérique

Énergie volumique e

L'énergie rayonnée dans un angle solide $d^2\Omega$ autour de la direction \vec{u} à travers la surface $d^2\Sigma$ pendant une durée dt est la fraction de l'énergie contenue dans le volume cylindrique $d^2\Sigma c dt$ qui se propage dans la direction $d^2\Omega$ autour de \vec{u} :

$$L d^2\Sigma d^2\Omega dt = \frac{d^2e}{d^2\Omega} d^2\Omega d^2\Sigma c dt$$

où e est *l'énergie par unité de volume* en Jm^{-3} . Donc $d^2e = \frac{L}{c} d^2\Omega$.

Dans le cas d'un rayonnement isotrope, $e = \frac{4\pi L}{c}$.

Flux sphérique

Le *flux sphérique* ou *flux actinique*, q est la puissance par unité de surface qui permet d'évaluer les interactions du rayonnement avec les molécules assimilées à des sphères quasi-punctuelles. Il prend donc en compte *également* toutes les directions incidentes. Le *flux sphérique*, q , est la limite de la puissance reçue de toutes les directions par unité de surface $d^2\Sigma$ perpendiculaire au rayonnement par une sphère dont le rayon tend vers 0.

$$q = \iint_{4\pi} L d^2\Omega'$$

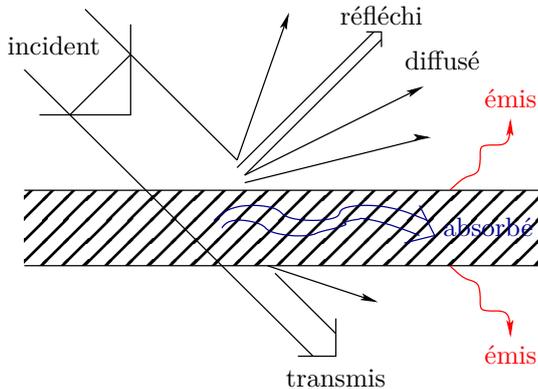
Dans le cas où le rayonnement est isotrope, $q = ec = 4\pi L$.

Chapitre 2

Rayonnement du corps noir

2.1 Définition, propriétés du corps noir

2.1.1 Processus d'interaction rayonnement matière



$$t_\lambda = \frac{\text{flux transmis}}{\text{flux incident}} = \text{transmission}$$

$$\rho_\lambda = \frac{\text{flux réfléchi}}{\text{flux incident}} = \text{coefficient de réflexion}$$

$$k_\lambda = \frac{\text{flux absorbé}}{\text{flux incident}} = \text{coefficient d'absorption}$$

Conservation du flux spectral :

$$t_\lambda + \rho_\lambda + k_\lambda = 1 \quad \forall \lambda$$

2.1.2 Définition

Le **corps noir**¹ est un corps idéal qui, à toutes les longueurs d'onde, absorbe tout le rayonnement incident, sans transmettre, sans réfléchir ni diffuser :

$$\forall \lambda, \quad \forall \varphi, \quad \forall \theta, \quad k_\lambda = 1$$

où k_λ est le coefficient d'absorption du rayonnement (ou absorptivité) à la longueur d'onde λ .

En pratique, on réalise une bonne approximation du corps noir avec une enceinte solide isotherme fermée vide et imperméable au rayonnement ; on ménage un petit orifice dans l'enceinte pour pouvoir mesurer ou utiliser le rayonnement du corps noir.

On montre que :

- le rayonnement du corps noir est indépendant de la nature et de la forme des parois ;
- la luminance spectrale du corps noir est uniforme (indépendante de la position du point M considéré) ;

1. À la température ambiante, un tel corps ne réfléchit pas la lumière et n'émet pas dans le domaine visible, il apparaît donc noir. Mais au fur et à mesure qu'il est porté à une température plus élevée, il émet d'abord dans le rouge, puis dans tout le visible, ce qui lui donne un aspect blanc.

2.1. DÉFINITION, PROPRIÉTÉS DU CORPS NOIR

- le rayonnement du corps noir est non polarisé et isotrope (indépendant de l'orientation par rapport à \vec{n} , la normale à la surface) ;
- la luminance spectrale du corps noir est une fonction universelle : B_λ ne dépend que de la température absolue T et de la longueur d'onde λ : $B_\lambda = B_\lambda(\lambda, T)$.

En conséquence, le rayonnement du corps noir suit la loi de Lambert et

$$I_\lambda(\theta) \propto \cos \theta \quad \text{où } \theta \text{ est l'angle d'émergence}$$

$$M_\lambda = \pi B_\lambda \quad \forall \lambda \quad \text{donc} \quad M = \pi B = \text{fct}(T)$$

2.1.3 Lois de Kirchhoff

Considérons l'équilibre thermodynamique entre un corps noir et un corps quelconque placé dans la cavité du corps noir à température T .

Dans le vide, le seul processus d'échange d'énergie possible est le rayonnement et l'équilibre radiatif entre les deux corps s'écrit : $P_{\text{émise}} = P'_{\text{absorbée}}$. Si on note $d^5\Phi_\lambda$ et $d^5\Phi'_\lambda$ les flux élémentaires respectivement émis et absorbé par le corps dans le tube élémentaire de lumière d'étendue géométrique d^4U et dans le domaine spectral $d\lambda$, l'équilibre radiatif s'écrit :

$$\iiint\iiint_U \int_\lambda (d^5\Phi_\lambda - d^5\Phi'_\lambda) = 0$$

Or ces flux élémentaires s'expriment en fonction de la luminance spectrale L_λ du corps quelconque et de celle B_λ du corps noir :

$$d^5\Phi_\lambda = L_\lambda d^4U d\lambda \quad \text{et} \quad d^5\Phi'_\lambda = k_\lambda B_\lambda d^4U d\lambda$$

où k_λ est le coefficient d'absorption spectral et directionnel du corps quelconque.

Si on définit l'**émissivité** (spectrale et directionnelle) de ce corps comme le rapport de sa luminance spectrale à celle du corps noir à la même température,

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, \theta, \phi) = \frac{L_\lambda(\lambda, \theta, \phi)}{B_\lambda(\lambda, T)}$$

l'égalité des températures des deux corps permet d'exprimer le flux émis en fonction de la luminance du corps noir à T et d'écrire :

$$\iiint\iiint_U \int_\lambda (d^5\Phi_\lambda - d^5\Phi'_\lambda) = \iiint\iiint_U \int_\lambda (\varepsilon_\lambda - k_\lambda) B_\lambda d^4U d\lambda = 0$$

ou encore, compte tenu du fait que la géométrie des corps est arbitraire,

$$\int (\varepsilon_\lambda - k_\lambda) B_\lambda d\lambda = 0 \quad \forall(\theta, \varphi)$$

ou encore, compte tenu du fait que la température des corps est arbitraire,

$$\boxed{\varepsilon_\lambda(\lambda, \theta, \phi) = k_\lambda(\lambda, \theta, \phi) \quad \text{loi de Kirchhoff}}$$

Ainsi, pour un corps quelconque, l'émissivité *spectrale et directionnelle* est égale au coefficient d'absorption *spectral et directionnel*. Ne pas croire qu'il en est forcément de même entre l'émissivité moyenne et absorption moyenne, sauf pour les corps gris à surface diffuse.

Dans le cas du corps noir, $\varepsilon_\lambda = k_\lambda = 1$.

Pour un corps quelconque à la température T , $\varepsilon_\lambda = k_\lambda \leq 1$, donc $L_\lambda \leq B_\lambda(\lambda, T)$. À température donnée, le corps noir est celui qui émet le plus !

Un corps pour lequel émissivité et coefficient d'absorption sont indépendants de la longueur d'onde est qualifié de **corps gris**.

2.2 Luminance du corps noir

2.2.1 Loi de Planck : luminances spectrales $B_\lambda(\lambda, T)$ et $B_\nu(\nu, T)$

$$B_\lambda(T) = \frac{dB}{d\lambda} = \frac{2hc^2}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{hc}{k\lambda T}\right) - 1 \right]} \quad (\text{W m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ m}^{-1})$$

$$B_\lambda(T) = \frac{dB}{d\lambda} = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]}$$

où

$$C_1 = 2hc^2 \quad \text{et} \quad C_2 = \frac{hc}{k}$$

et

h	constante de Planck	$h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J s}$
k	constante de Boltzmann	$k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
c	vitesse de la lumière	$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

Ainsi, $C_1 \approx 1,19 \times 10^{-16} \text{ W m}^2 \text{ sr}^{-1}$, $C_2 \approx 1,44 \times 10^{-2} \text{ m K}$.

$$B_\nu(T) = \frac{dB}{d\nu} = B(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2 \left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1 \right]} \quad (\text{W m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ Hz}^{-1})$$

2.2.2 Luminance et émittance énergétiques totales : loi de Stefan

$$B = \int_0^\infty B(\lambda, T) d\lambda = \int_0^\infty B(\nu, T) d\nu$$

$$B = \frac{2h}{c^2} \int_0^\infty \frac{\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad \text{où} \quad x = \frac{h\nu}{kT}$$

$$B = \frac{2h}{c^2} \left(\frac{kT}{h}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 2 \frac{k^4 T^4}{c^2 h^3} I \quad \text{où} \quad I = \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

$$M_B = \pi B = \sigma T^4 \quad \text{où} \quad \sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3}$$

σ est la constante de Stefan : $\sigma \approx 5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$.

$M_B = \sigma T^4 \quad \text{loi de Stefan}$

2.2. LUMINANCE DU CORPS NOIR

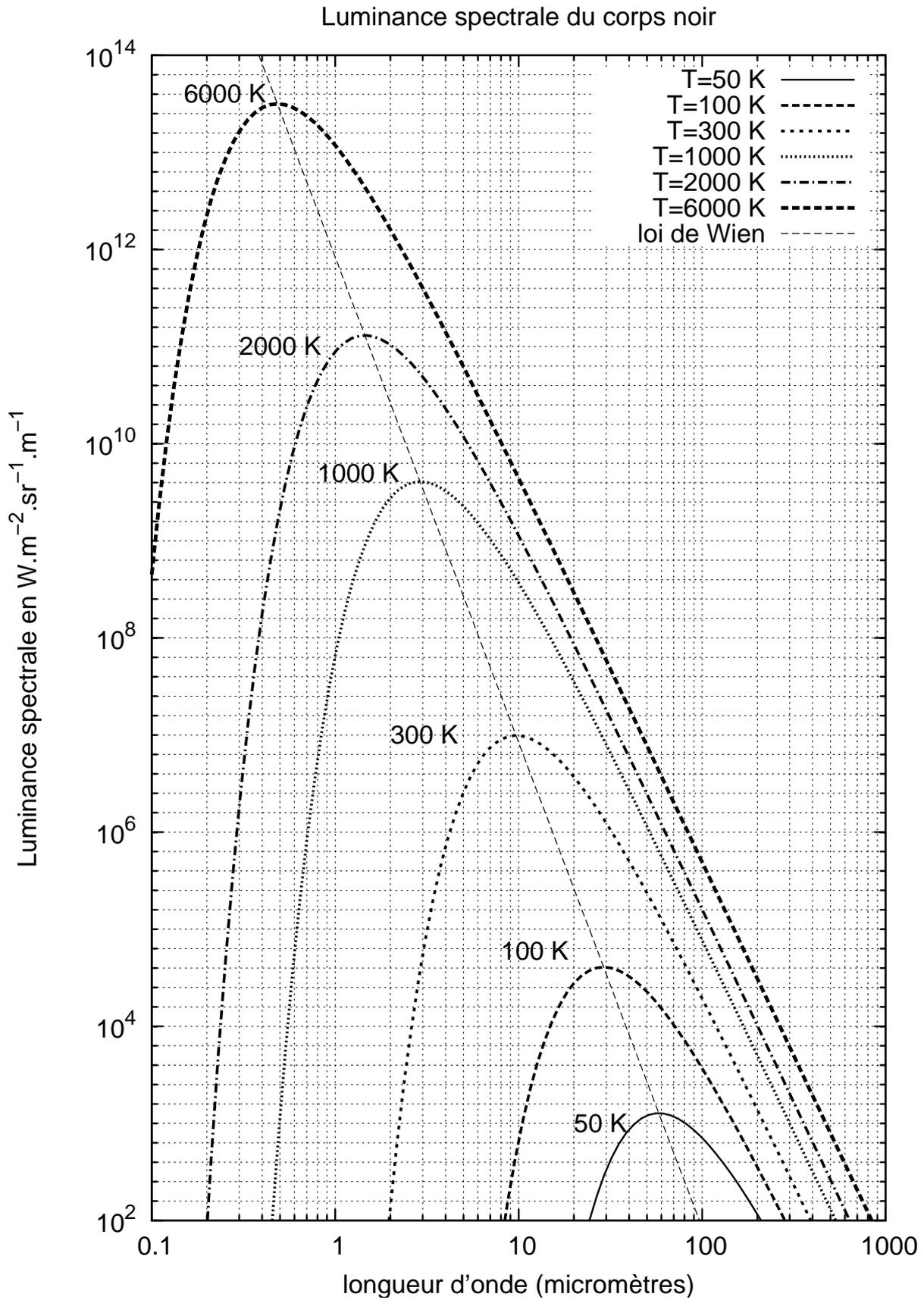


FIGURE 2.1 – Luminance du corps noir à différentes températures

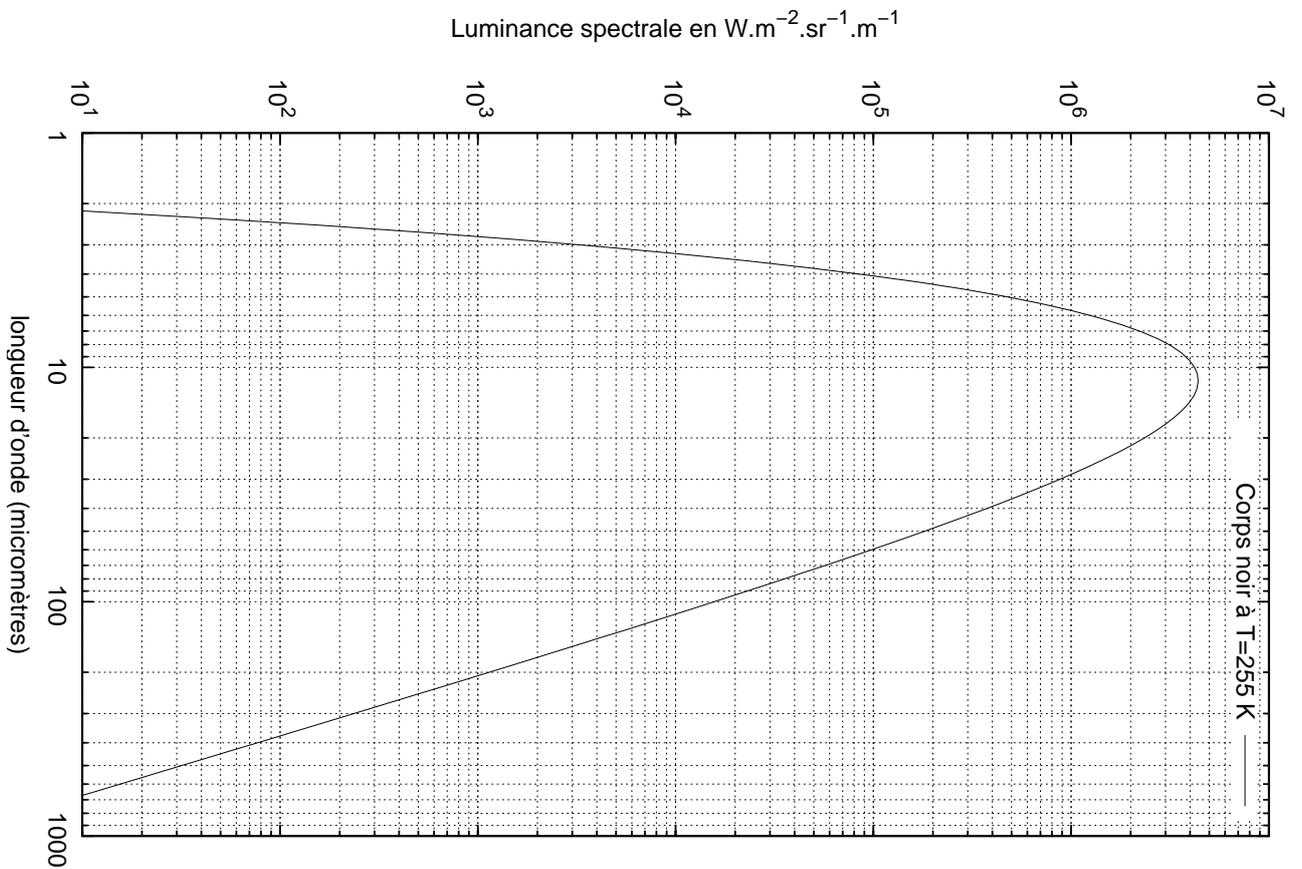
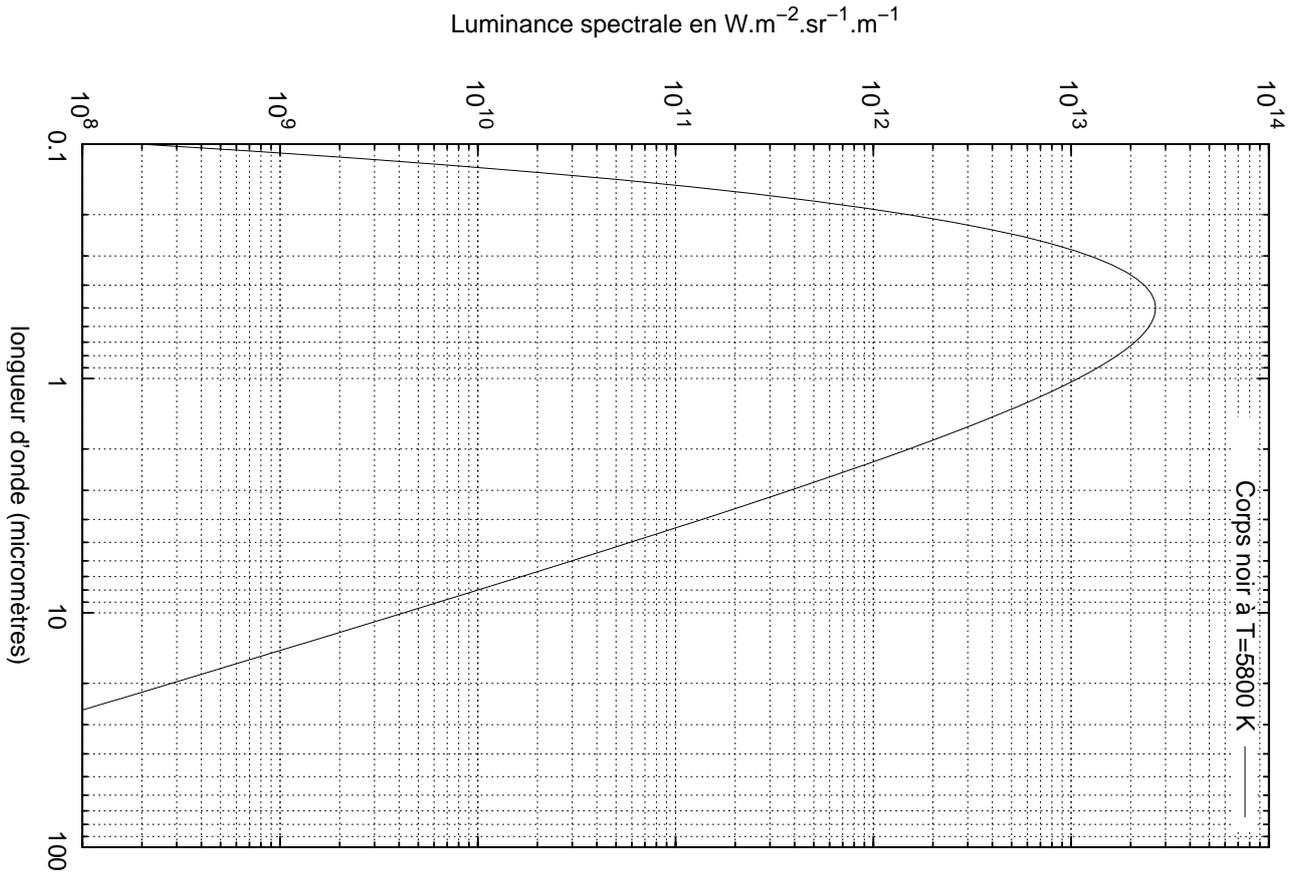


FIGURE 2.2 – Luminance du Soleil et de la planète Terre considérés comme corps noirs

2.2. LUMINANCE DU CORPS NOIR

2.2.3 Loi de Wien : déplacement du maximum de B_λ

$$\frac{d(1/B_\lambda)}{d\lambda} = 0 \Rightarrow 5\lambda^4 (e^{C_2/\lambda T} - 1) - \lambda^5 \frac{C_2}{\lambda^2 T} e^{C_2/\lambda T} = 0$$

Si on pose $x = \frac{C_2}{\lambda T}$, l'abscisse du maximum x_0 est définie par :

$$e^{x_0} = \frac{5}{5 - x_0}$$

dont la solution numérique est $x_0 \approx 4,965$ (voir figure 2.3).

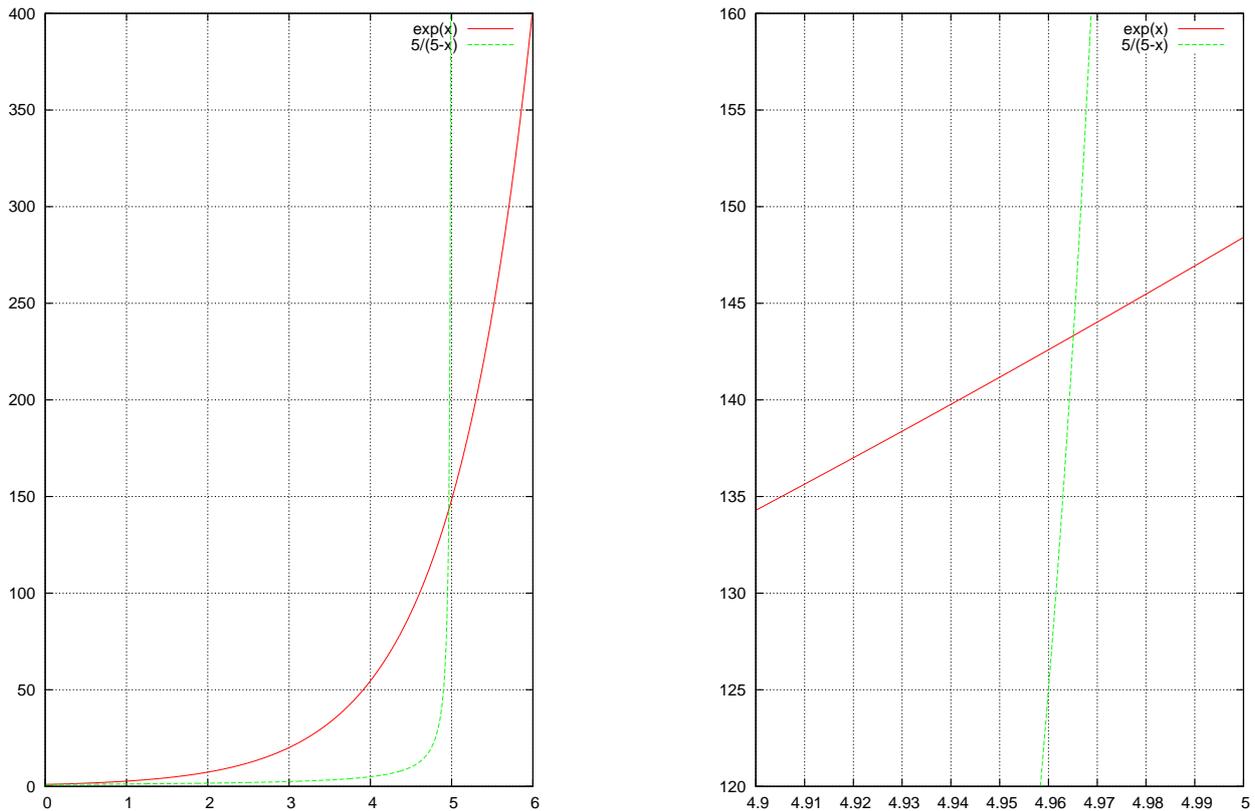


FIGURE 2.3 – Recherche graphique de x_0 (loi de Wien)

$$\lambda_{\max} T = 2898 \mu\text{m K} \quad \text{loi de Wien}$$

La densité spectrale de luminance à la longueur d'onde λ_{\max} du maximum ne dépend plus que de la température :

$$B(\lambda_{\max}) = \frac{C_1 x_0^5 T^5}{C_2^5 (e^{x_0} - 1)} = \frac{5C_1 x_0^4 T^5}{C_2^5 e^{x_0}} = bT^5 \quad \text{où } b \approx 4,1 \times 10^{-6} \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ K}^{-5} \text{ m}^{-1}.$$

Application : émission solaire et terrestre

Si on considère que la Terre et le Soleil émettent comme des corps noirs :

$$\begin{array}{llll} \text{Soleil} & T_S \approx 5777 \text{ K} & \lambda_{\max} \approx 0,5 \mu\text{m} & B_S(\lambda_{\max}) \approx 2,6 \times 10^{13} \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ m}^{-1} \\ \text{Terre} & T_T \approx 288 \text{ K} & \lambda_{\max} \approx 10 \mu\text{m} & B_T(\lambda_{\max}) \approx 8,1 \times 10^6 \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ m}^{-1} \end{array}$$

Le rapport des deux luminances maximales $B_S(\lambda_{\max})/B_T(\lambda_{\max}) \approx 3,3 \times 10^6$ est tellement grand qu'elle ne peuvent être comparées sans tenir compte du facteur (purement géométrique) de dilution du flux solaire lorsqu'il est intercepté par la Terre.

2.2.4 Déplacement du maximum de B_ν

Si on recherche la fréquence du maximum de densité spectrale de luminance du corps noir, exprimée par unité de fréquence, on obtient une longueur d'onde λ'_{\max} plus grande que λ_{\max} .

$$\frac{dB_\nu}{d\nu} = 0 \quad \Rightarrow \quad 3\nu^2 \left(e^{h\nu/kT} - 1 \right) = \nu^3 \frac{h}{kT} e^{h\nu/kT}$$

Si on pose $x = \frac{h\nu}{kT}$, l'abscisse du maximum x_1 est définie par :

$$e^{x_1} = \frac{3}{3 - x_1}$$

dont la solution numérique est $x_1 \approx 2,82$.

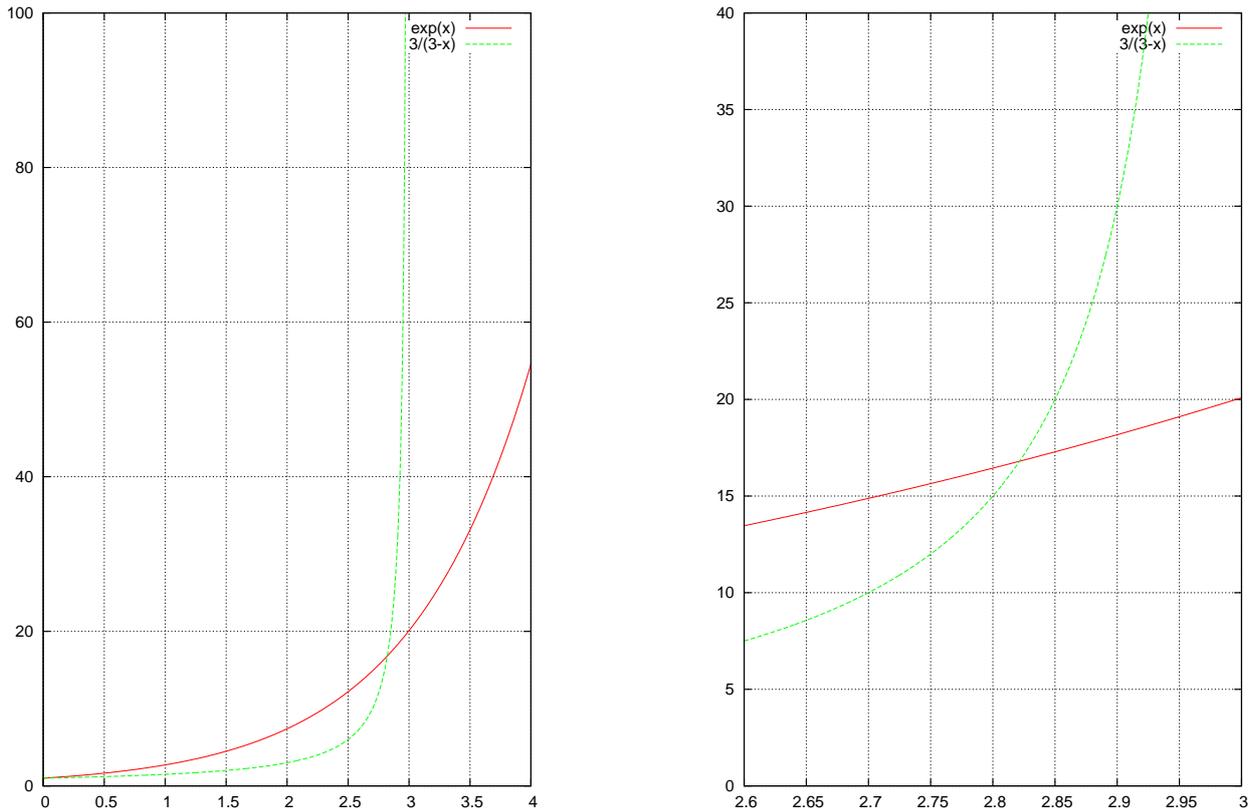


FIGURE 2.4 – Recherche graphique de x_1

$$\lambda'_{\max} T = \frac{C_2}{x_1} = 5100 \mu\text{m K}$$

2.2. LUMINANCE DU CORPS NOIR

Application : émission solaire et terrestre

Si on considère que la Terre et le Soleil émettent comme des corps noirs :

Soleil	$T_S \approx 5777 \text{ K}$	$\lambda'_{\max} \approx 0,88 \text{ }\mu\text{m}$
Terre	$T_T \approx 288 \text{ K}$	$\lambda'_{\max} \approx 17,7 \text{ }\mu\text{m}$

2.2.5 Formes asymptotiques de la loi de Planck

Courtes longueurs d'onde : loi de Wien

Si $\lambda T \ll \frac{hc}{k}$ (i. e. $h\nu \gg kT$),

$$B(\lambda, T) \approx \frac{2hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{k\lambda T}}$$

$$B(\nu, T) \approx \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$

L'écart est inférieur à 1 % si $\exp\left(\frac{hc}{k\lambda T}\right) > 100$, c'est à dire si $\frac{hc}{k\lambda T} > 4,6$

$$\lambda T < 3100 \text{ }\mu\text{m K}$$

donc cette expression approchée est utilisable jusqu'au maximum de $B(\lambda, T)$ donné par la loi de Wien.

Grandes longueurs d'onde : loi de Rayleigh-Jeans

Si $\lambda T \gg \frac{hc}{k}$ (i. e. $h\nu \ll kT$),

$$B(\lambda, T) \approx \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{k\lambda T}{hc} = 2 \frac{ckT}{\lambda^4}$$

$$B(\nu, T) \approx \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{kT}{h\nu} = 2 \frac{kT}{c^2} \nu^2$$

L'écart est inférieur à 1 % si :

$$\frac{e^x - x - 1}{x} < 0,01$$

que l'on peut traduire grossièrement par $x/2 < 0,01$. Plus précisément, il faut vérifier $x < 0,018$, c'est à dire :

$$\lambda T > 0,8 \text{ m K}$$

Exemples :

Terre $T = 288 \text{ K}$ $\lambda > 2,8 \text{ mm}$

Soleil $T = 5777 \text{ K}$ $\lambda > 138 \text{ }\mu\text{m}$

Donc le domaine de validité est restreint aux très grandes longueurs d'onde.

2.2.6 Remarque concernant la loi de Kirchhoff

La loi de Kirchhoff établit l'égalité entre émissivité et coefficient d'absorption définis à partir des luminances, donc de quantités dépendant à la fois de la longueur d'onde et de la direction :

$$\varepsilon(\lambda, \theta, \varphi) = k(\lambda, \theta, \varphi) \leq 1 \quad \forall \lambda, \theta, \varphi$$

Ne pas croire que cette relation vaut systématiquement pour les quantités moyennées, que ce soit sur la direction ou sur le spectre.

Moyenne hémisphérique : $\Rightarrow \varepsilon(\lambda)$ et $k(\lambda)$

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{M(\lambda)}{M_B(\lambda)} = \frac{\iint_{\Omega=2\pi} L(\lambda, \vec{\Omega}) \cos \theta \, d^2\Omega}{\iint_{\Omega=2\pi} B(\lambda, \vec{\Omega}) \cos \theta \, d^2\Omega}$$

Mais, $B(\lambda, \vec{\Omega})$ est isotrope et vaut $B(\lambda, T)$. Or $\varepsilon(\lambda, \vec{\Omega}) = \frac{L(\lambda, \vec{\Omega})}{B(\lambda, T)}$, donc

$$\varepsilon(\lambda) = \frac{\iint_{\Omega=2\pi} \varepsilon(\lambda, \vec{\Omega}) B(\lambda, T) \cos \theta \, d^2\Omega}{\iint_{\Omega=2\pi} B(\lambda, T) \cos \theta \, d^2\Omega} = \frac{\iint_{\Omega=2\pi} \varepsilon(\lambda, \vec{\Omega}) \cos \theta \, d^2\Omega}{\iint_{\Omega=2\pi} \cos(\theta) \, d^2\Omega} = \frac{\iint_{\Omega=2\pi} \varepsilon(\lambda, \vec{\Omega}) \cos \theta \, d^2\Omega}{\pi}$$

On procède de la même manière pour $k(\lambda)$, mais $k(\lambda, \theta, \varphi)$ est défini par référence au rayonnement *incident* qui n'est pas forcément isotrope. Ainsi, en général,

$$\varepsilon(\lambda) \neq k(\lambda)$$

Les deux conditions suivantes sont cependant (chacune) suffisantes pour assurer l'égalité :

- la surface est diffuse et à la fois l'émissivité et le coefficient d'absorption sont indépendants de la direction ;
- le flux incident est isotrope.

Moyenne sur le spectre

L'émissivité globale est obtenue par moyenne sur le spectre du corps noir, alors que le coefficient d'absorption est calculé en pondérant le coefficient d'absorption spectral par l'éclairement *incident*.

$$\varepsilon = \frac{M}{M_B} = \frac{\int \varepsilon(\lambda) M_B(\lambda) \, d\lambda}{M_B(T)} \quad k = \frac{\int k(\lambda) E'(\lambda) \, d\lambda}{\int E'(\lambda) \, d\lambda}$$

Comme la distribution spectrale de l'éclairement n'est pas en général celle du corps noir (ou gris) à la même température que le corps qui émet, $\varepsilon \neq k$.

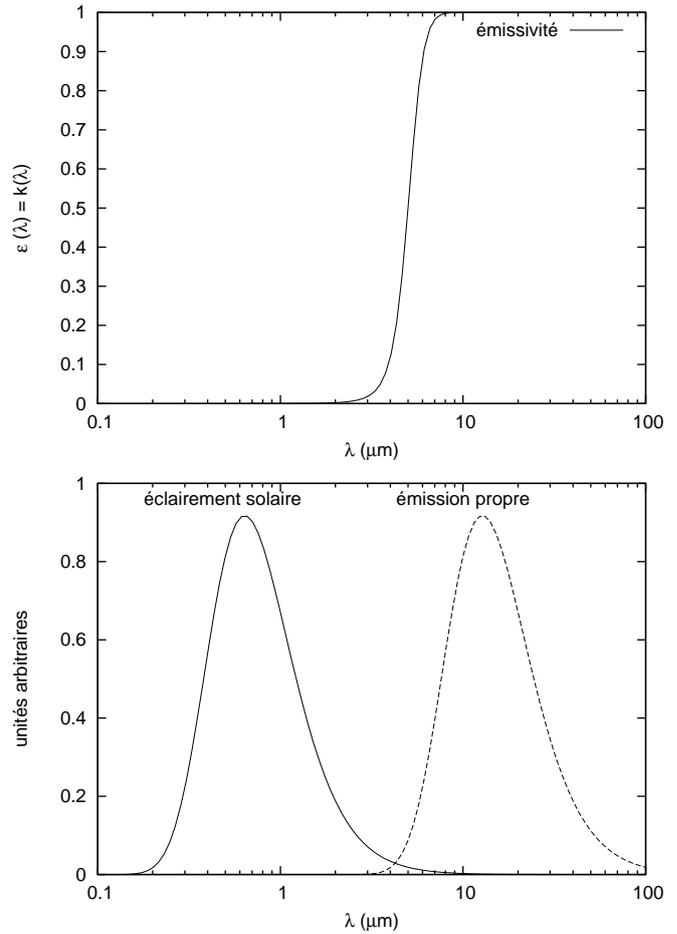
- Les deux conditions suivantes sont cependant (chacune) suffisantes pour assurer l'égalité :
- l'éclairement est celui d'un corps noir (ou gris) à la même température que le corps qui émet
 - le corps considéré est un corps gris : $\varepsilon(\lambda) = k(\lambda)$ sont indépendants de λ

2.3. TEMPÉRATURES RADIATIVES

Exemple d'un corps sélectif froid

Considérons une surface diffuse : son émissivité spectrale et son absorptivité spectrale sont égales. Placée dans l'espace loin de la Terre, on peut considérer qu'elle est soumise au seul rayonnement solaire : si elle possède une émissivité grande en infra-rouge et très faible dans le domaine UV-visible et très proche infra-rouge, son émissivité spectrale présente l'allure suivante.

Conformément à la loi de Wien et compte tenu des températures du Soleil et de la surface terrestre, le spectre de l'éclairement solaire et de sa propre émission se recouvrent très peu et son coefficient d'absorption hémisphérique vis à vis du flux solaire est beaucoup plus faible ($k_{\text{solaire}} \approx 0$) que son émissivité hémisphérique ($\varepsilon_{\text{surf.}} \approx 1$).



2.3 Températures radiatives

On introduit la notion de température radiative pour caractériser le rayonnement émis par rapport à celui du corps noir, soit de façon globale, soit en fonction de la longueur d'onde.

2.3.1 Température équivalente d'émission

Pour un corps quelconque, on définit la *température équivalente d'émission* (**effective** en anglais) comme celle que devrait prendre le corps noir pour avoir la même émittance. $T_{\text{éq.}}$ est donc définie implicitement par :

$$M = M_B(T_{\text{éq.}})$$

Grâce à la loi de Stefan, on en tire :

$$T_{\text{éq.}} = \sqrt[4]{\frac{M}{\sigma}}$$

Comme l'émissivité globale est définie par :

$$\varepsilon = \frac{M}{M_B(T)}$$

où T est la température réelle du corps considéré, et comme $\varepsilon \leq 1$, $T_{\text{éq.}} \leq T$. L'égalité est obtenue pour le corps noir.

2.3.2 Température monochromatique de brillance

Pour un corps quelconque, et pour chaque longueur d'onde et chaque direction d'émission, on définit la **température monochromatique de brillance** comme celle que devrait prendre le corps noir pour avoir la même luminance spectrale. $T_{\text{brill}}(\lambda, \vec{\Omega})$ est donc définie implicitement par :

$$L(\lambda, \vec{\Omega}) = B(\lambda, T_{\text{brill}}(\lambda, \vec{\Omega}))$$

En utilisant la formule de Planck, on en tire :

$$T_{\text{brill}}(\lambda, \vec{\Omega}) = \frac{hc}{k\lambda \ln \left(1 + \frac{2hc^2}{\lambda^5 L(\lambda, \vec{\Omega})} \right)}$$

Comme le corps noir est celui qui émet le plus à une température donnée, $T_{\text{brill}}(\lambda, \vec{\Omega}) \leq T$.

La température monochromatique de brillance permet donc de caractériser dans des termes faciles à comparer la luminance spectrale. En particulier, dans le cas de l'approximation des grandes longueurs d'onde (Rayleigh-Jeans), la température monochromatique de brillance est une fonction linéaire de la luminance spectrale :

$$T_{\text{brill}}(\lambda, \vec{\Omega}) \approx \frac{\lambda^4 L(\lambda, \vec{\Omega})}{2ck}$$

Chapitre 3

Le rayonnement solaire

3.1 Le rayonnement solaire et sa variabilité propre

3.1.1 Structure du Soleil

Le Soleil est une sphère gazeuse composée essentiellement d'hydrogène (92 % des atomes, 75 % de la masse) et d'hélium (8 % des atomes, 25 % de la masse). Son profil radial de masse volumique présente une brutale diminution à une distance d'environ 700 000 km du centre, qui permet de définir le rayon R_S du Soleil et de délimiter son intérieur et son atmosphère. En partant du centre, on distingue (cf. Fig 3.1) :

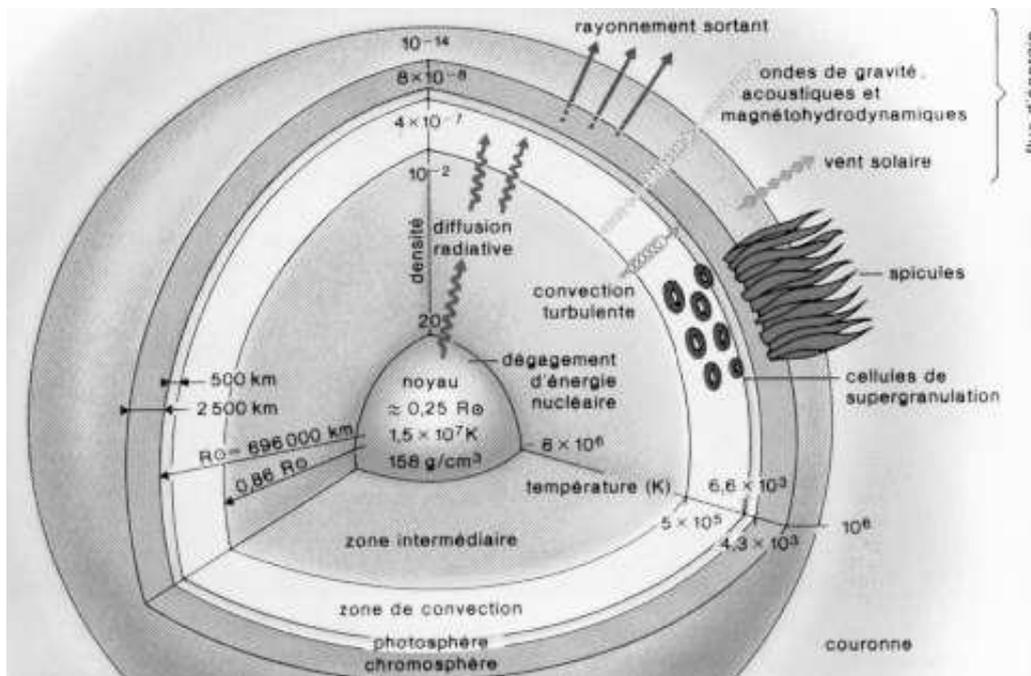


FIGURE 3.1 – Structure du Soleil

- jusqu'à $R_S/4$, un noyau très chaud (15×10^6 K) où se produisent les réactions thermo-nucléaires de fusion de l'hydrogène en hélium, qui constituent la source d'énergie ;
- une zone intermédiaire traversée par un flux radiatif d'énergie ;
- une zone de convection turbulente où la température décroît notablement ;

- une très fine couche de quelques centaines de km d'épaisseur appelée **photosphère** à environ 6000 K, responsable de la quasi-totalité du rayonnement émis par le Soleil et définissant le bord du disque solaire tel que nous l'observons ;
- une couche de 1000 à 2000 km appelée **chromosphère**, où la température recommence à croître jusque vers 10 000 K ;
- un domaine de forme très irrégulière et fluctuante, très peu dense, mais très chaud (plusieurs millions de K) et s'étendant sur 2 à 3 rayons solaires appelé la **couronne**.

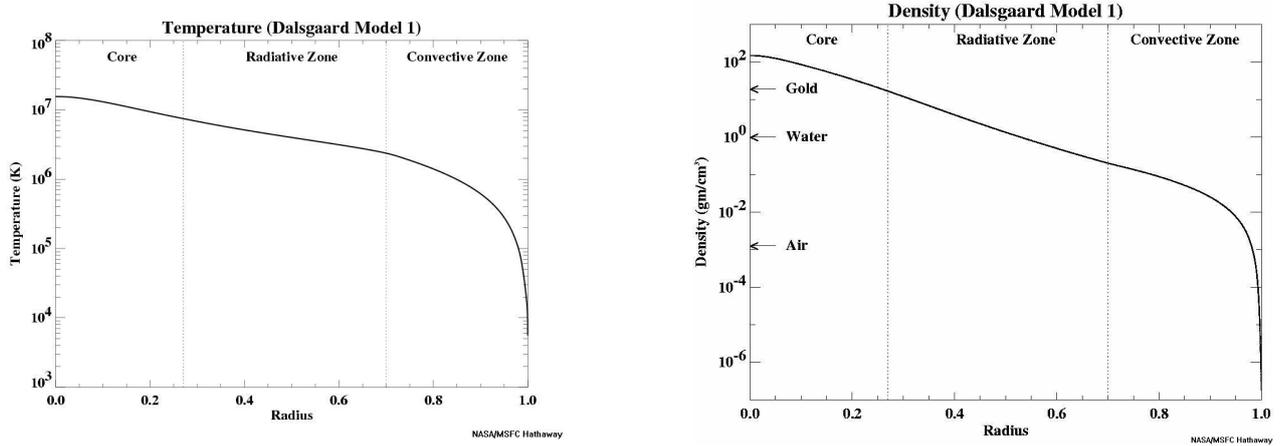


FIGURE 3.2 – Profils de température (en Kelvin) et de masse volumique du Soleil (en $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$) en fonction de la distance au centre normalisée (échelles logarithmiques en ordonnées)

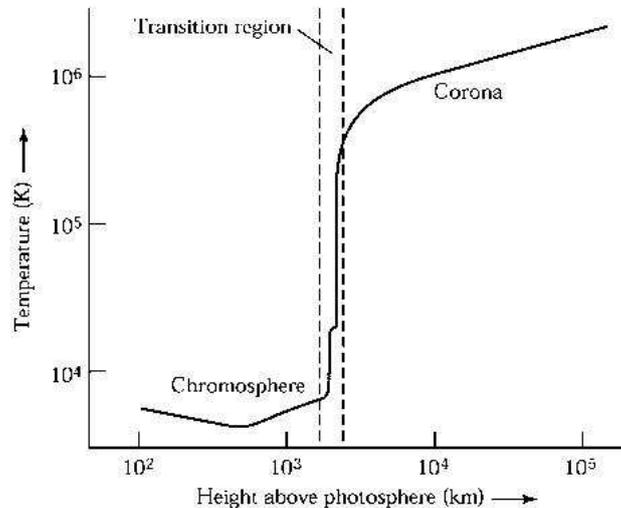


FIGURE 3.3 – Profil de température du Soleil au delà de la photosphère (échelles logarithmiques)

3.1.2 Spectre solaire et constante solaire

L'émission du Soleil s'étend dans tous les domaines du spectre électromagnétique (*cf.* Fig 3.4), chaque domaine spectral étant issu d'une région particulière de l'atmosphère solaire.

Mais la partie la plus énergétique du spectre, du proche ultra-violet à l'infra-rouge provient essentiellement de la photosphère. Si l'on excepte l'ultra-violet extrême, cette émission peut

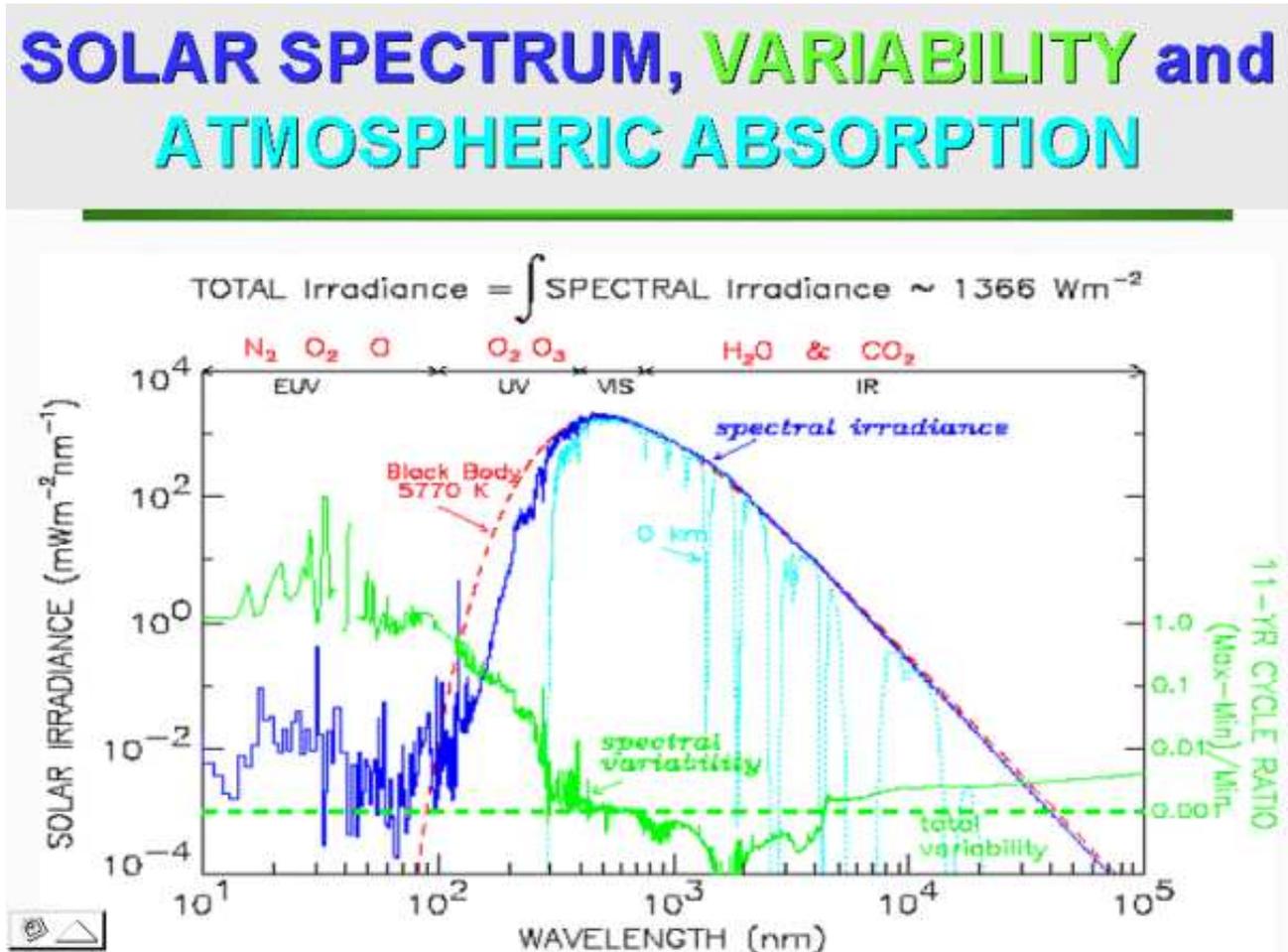


FIGURE 3.4 – Le spectre solaire reçu par la Terre et sa variabilité (d’après J. LEAN) :

- en bleu foncé : éclaircissement spectral en haut de l’atmosphère
- en bleu clair : éclaircissement spectral à la surface terrestre
- en pointillés rouges : spectre du corps noir à 5770 K
- en vert : variabilité spectrale sur un cycle de 11 ans (max – min)/min

être globalement représentée par celle d’un corps noir à une température proche de 5800 K, et caractéristique de la photosphère. La longueur d’onde du maximum d’émission (loi de Wien) $\lambda_{\text{max}} \approx 0,5 \mu\text{m}$ se situe dans le vert. Son émittance totale vaut donc (loi de Stefan) :

$$M_S = \sigma T_S^4 \approx 64 \text{ MW m}^{-2}$$

Dans l’UV, on distingue cependant la raie d’émission Lyman α de l’hydrogène à 121 nm.

La distance moyenne Terre–Soleil est de 150 millions de km (une unité astronomique). Le facteur géométrique de dilution du rayonnement entre le Soleil et la Terre est $(R_S/D)^2 \approx 2,2 \times 10^{-5}$. La **constante solaire** est définie comme l’éclaircissement moyen perpendiculairement aux rayons solaires au sommet de l’atmosphère terrestre et vaut :

$$C = \left(\frac{R_S}{D}\right)^2 M_S \approx 1367 \text{ W m}^{-2}$$

3.1.3 Variabilité du rayonnement émis, le cycle de 11 ans

La luminance du Soleil n'est pas uniforme ni constante. Les phénomènes de convection affleurent dans la photosphère, et y créent des structures granuleuses. De plus, les phénomènes magnétiques et la rotation différentielle (plus rapide à l'équateur que près des pôles) produisent des hétérogénéités de la photosphère avec des taches sombres et des facules brillantes. Enfin, le renversement du champ magnétique, tous les onze ans environ (période de 22 ans) provoque une modulation de l'activité solaire et notamment l'apparition de taches au maximum d'activité (*cf.* 3.5 et 3.6), taches qui migrent progressivement vers les régions équatoriales.

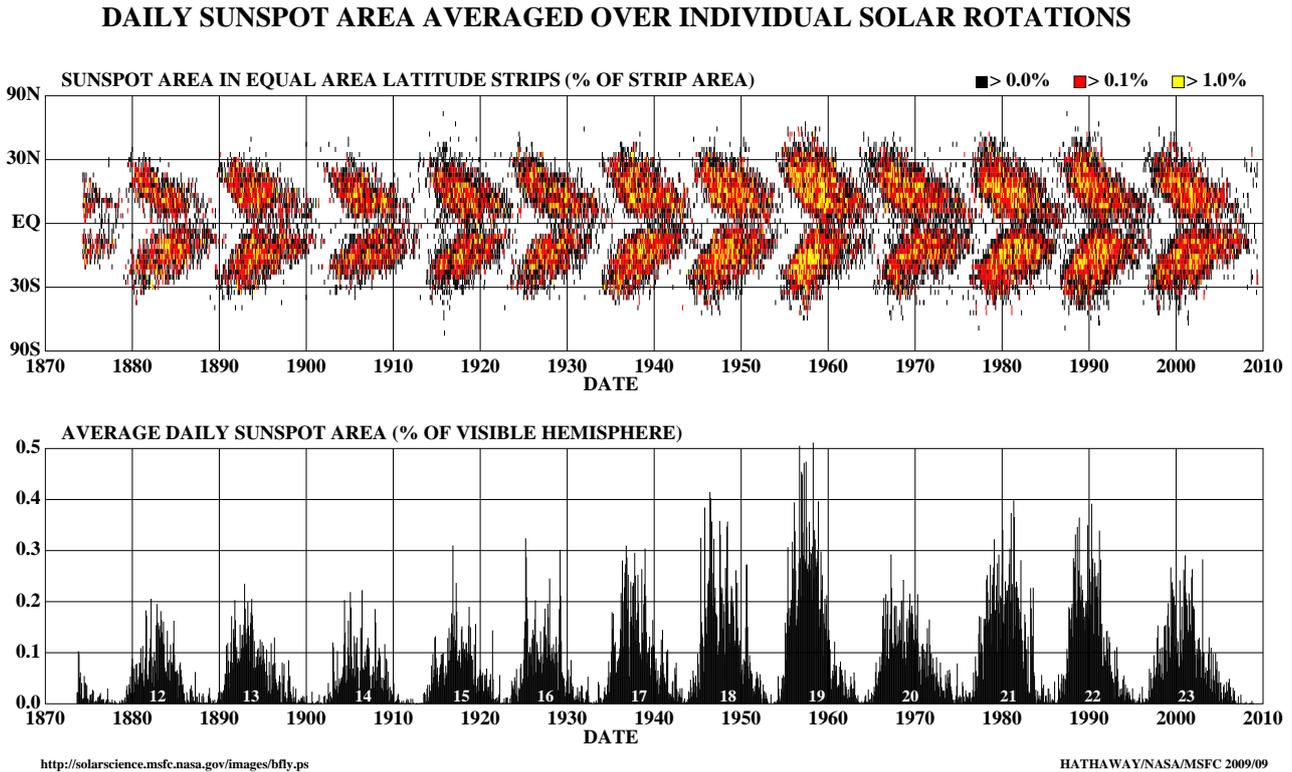


FIGURE 3.5 – Taches solaires (surface couverte) : le cycle de 11 ans

L'évolution du nombre moyen de taches observées¹ montre une baisse de l'activité solaire durant le minimum de Maunder de 1645 à 1715, correspondant au « petit âge glaciaire » (*cf.* fig. 3.7, p. 22).

Si la variabilité de l'émission pendant un cycle solaire est manifeste dans le domaine de l'ultra-violet extrême (facteur 2, *cf.* Fig 3.4), dont le rayonnement provient essentiellement de la couronne, la constante solaire, affectée principalement par le rayonnement issu de la photosphère, dans les domaines visible et infra-rouge proche, présente une variabilité beaucoup plus faible, de l'ordre de 1 ‰ (*cf.* Fig 3.8) ; on distingue cependant, après correction des erreurs instrumentales systématiques, le cycle de 11 ans.

1. Les premières observations des taches à l'œil nu auraient été faites par les chinois, mais c'est grâce à la lunette astronomique que des observations régulières ont commencé en 1610 avec FABRICIUS puis SCHEINER et surtout GALILÉE (*cf.* <http://galileo.rice.edu/sci/observations/sunspots.html>).

3.1. LE RAYONNEMENT SOLAIRE ET SA VARIABILITÉ PROPRE

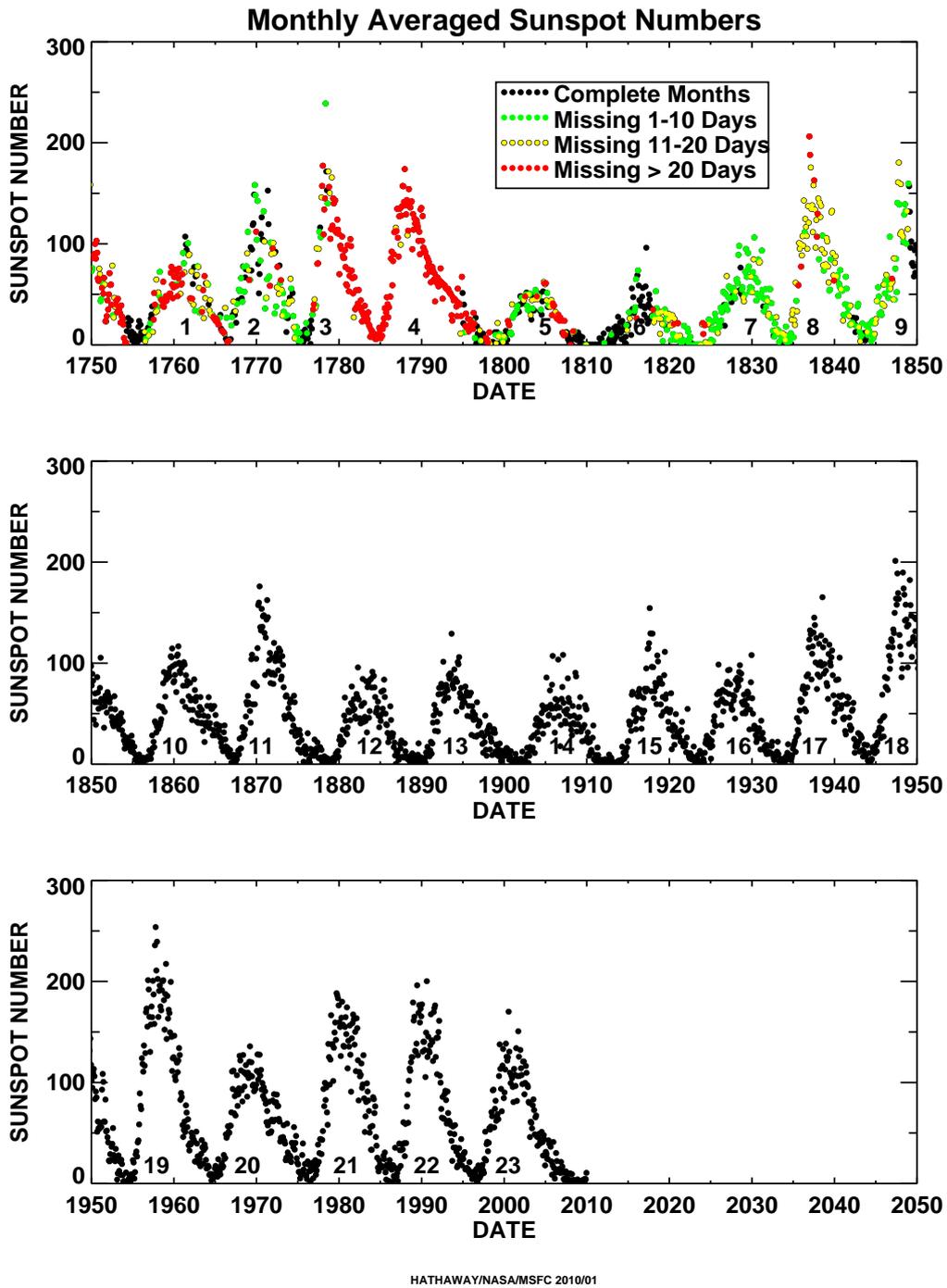


FIGURE 3.6 – Nombre de taches solaires (nombre de Wolf) : le cycle de 11 ans

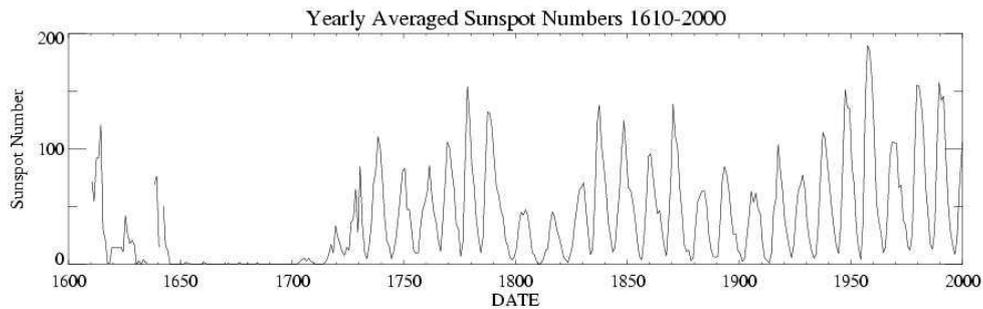


FIGURE 3.7 – Nombre de taches solaires : le minimum de Maunder

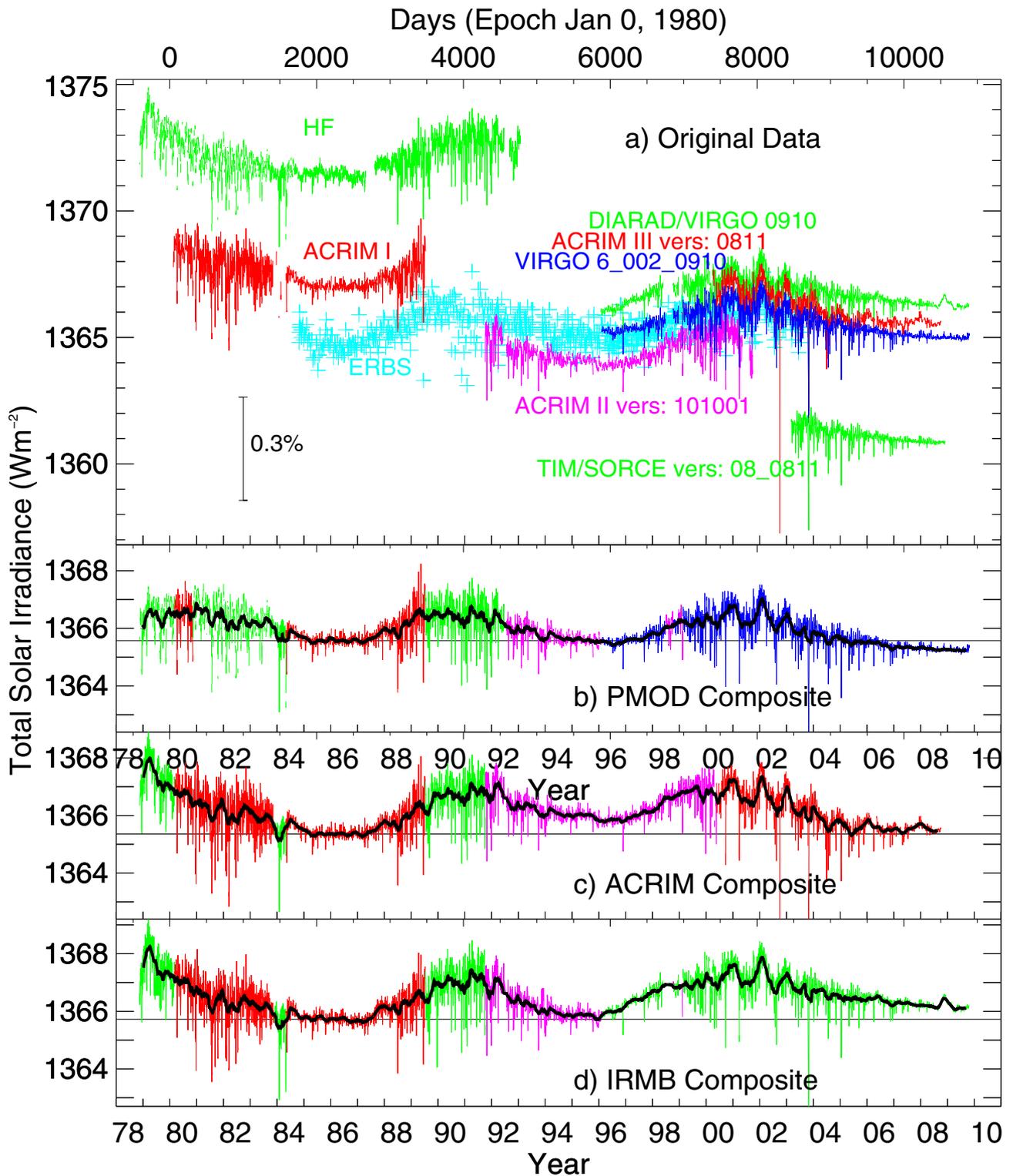


FIGURE 3.8 – Mesure de la constante solaire : écarts instrumentaux et cycles de 11 ans sur les mesures composites depuis 1978 (adapté de : Quinn and Fröhlich, Nature, 401, p. 841, 1999, <ftp://ftp.pmodwrc.ch/pub/data/irradiance/composite/DataPlots/>).

3.2 Modulation du flux par le mouvement de la Terre

3.2.1 Le mouvement de la Terre

Le mouvement de la Terre par rapport au Soleil détermine les modulations du flux solaire reçu dues aux variations de distance et d'inclinaison entre la surface et les rayons solaires.

- Excentricité : dans l'approximation de KEPLER, la Terre² suit une orbite elliptique de faible excentricité $e \approx 1,7\%$, dont le Soleil est un des foyers. La distance Terre-Soleil est donc modulée au cours de l'année : actuellement, elle varie d'environ $3,5\%$ entre début janvier où elle est minimale (périhélie) et juillet où elle est maximale (aphélie)³.
- Obliquité : l'inclinaison de l'axe des pôles sur la perpendiculaire au plan de l'écliptique, ou obliquité, actuellement de $23^\circ 27'$, explique la variation de la durée du jour et détermine la succession des saisons. Plus l'obliquité est importante, plus le contraste saisonnier est fort.
- Précession des équinoxes : la saison pendant laquelle la Terre est la plus proche du Soleil ne coïncide pas forcément comme actuellement, avec l'été austral (ce qui tend à renforcer le contraste saisonnier dans l'hémisphère Sud, et à le diminuer dans l'hémisphère Nord). C'est le phénomène de précession des équinoxes.

3.2.2 Paramètres orbitaux

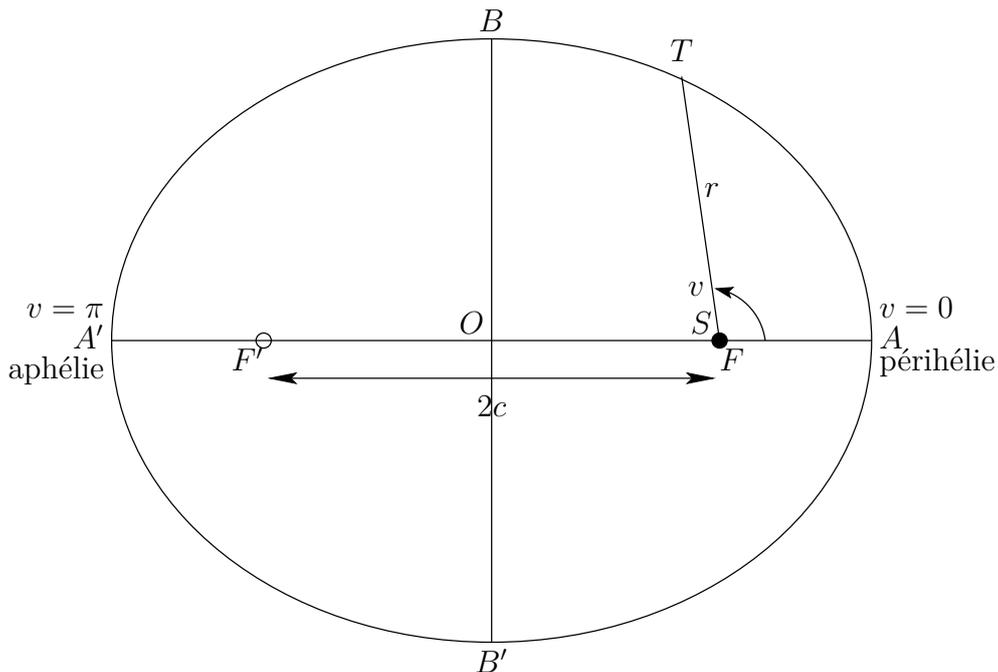


FIGURE 3.9 – Orbite de la Terre autour du Soleil : aphélie et périhélie. L'excentricité a été volontairement exagérée ici ($e=3/5$).

L'orbite de la Terre (cf. fig 3.9) est une ellipse d'excentricité e , de paramètre p dont le Soleil est un des foyers. En coordonnées polaires centrées sur le Soleil, son équation s'écrit :

$$|\vec{ST}| = r = \frac{p}{1 + e \cos v}$$

2. Plus précisément, il s'agit du barycentre du couple Terre-Lune.

3. Le rapport aphélie/périhélie $(1 + e)/(1 - e)$ vaut actuellement 1,035.

où v est l'anomalie vraie, comptée positivement à partir du périhélie et r est la distance au foyer, qui varie entre

- $r_p = r_{\min} = p/(1 + e)$ lors du périhélie pour $v = 0$,
- et $r_a = r_{\max} = p/(1 - e)$ lors de l'aphélie pour $v = \pi$.

Le grand axe de l'ellipse vaut $2a = r_p + r_a = \frac{2p}{1 - e^2}$, d'où $p = (1 - e^2)a$, ce qui permet d'écrire l'équation de l'ellipse :

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos v}$$

Ainsi $r_{\min} = a(1 - e)$ et $r_{\max} = a(1 + e)$. La distance FF' entre les foyers est : $2c = 2(a - r_p)$, donc $c = ae$. En éliminant v , l'équation de l'ellipse en coordonnées rectangulaires (x, y) centrées en S s'écrit :

$$\left(x + \frac{ep}{1 - e^2}\right)^2 + \frac{y^2}{1 - e^2} = \frac{p^2}{(1 - e^2)^2} \quad \text{ou} \quad x_1^2 + \frac{y^2}{1 - e^2} = a^2$$

en coordonnées (x_1, y) centrées en O. On en déduit le petit axe, $b = a\sqrt{1 - e^2} = \sqrt{a^2 - c^2}$.

3.2.3 Les saisons : obliquité et déclinaison

Pour mettre en évidence les saisons et calculer la déclinaison du Soleil, on repère la position angulaire de la Terre autour du Soleil par la longitude écliptique λ , comptée positivement dans le sens de la trajectoire à partir du point vernal (équinoxe de printemps). Elle est liée à l'anomalie vraie v par l'équation :

$$\lambda = v + \omega$$

où ω est la longitude écliptique du périhélie actuellement proche de $-\pi/2$ (cf. fig. 3.10). L'évolution de ω est le phénomène de précession des équinoxes.

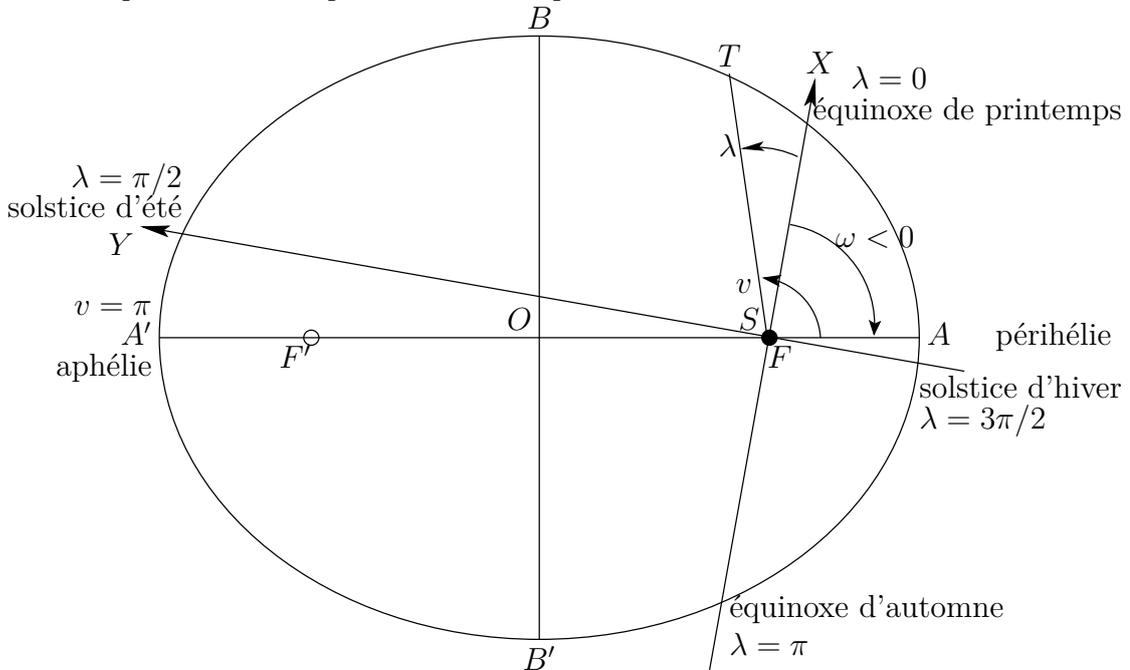


FIGURE 3.10 – Orbite de la Terre autour du Soleil : solstices et équinoxes. L'excentricité a été volontairement exagérée ici ($e=3/5$).

3.2. MODULATION DU FLUX PAR LE MOUVEMENT DE LA TERRE

Soit un repère XYZ lié au Soleil avec \vec{SZ} perpendiculaire au plan de l'écliptique, \vec{SX} dans la direction du point vernal (équinoxe de printemps), \vec{SY} dans la direction du solstice d'été. Dans ce repère, on se propose de calculer la déclinaison du Soleil δ , angle entre la direction du Soleil et le plan équatorial de la Terre, compté positivement vers le pôle Nord. L'axe des pôles est dans le plan YSZ passant par la ligne des solstices, incliné d'un angle ϵ par rapport à \vec{SZ} . Si N est le pôle Nord, $(\vec{TN}, \vec{TS}) = \pi/2 - \delta$, donc $\sin \delta = \cos(\vec{TN}, \vec{TS})$.

$$\frac{\vec{TN}}{TN} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\sin \epsilon \\ \cos \epsilon \end{pmatrix} \quad \frac{\vec{ST}}{ST} = \begin{pmatrix} \cos \lambda \\ \sin \lambda \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\sin \delta = -\frac{\vec{TN} \cdot \vec{ST}}{TN \times ST} = \sin \lambda \sin \epsilon$$

TABLE 3.1 – Valeurs remarquables de la déclinaison δ

	λ	$\sin \delta$	δ
équinoxe de printemps	0	0	0
solstice d'été	$\pi/2$	$\sin \epsilon$	ϵ
équinoxe d'automne	π	0	0
solstice d'hiver	$3\pi/2$	$-\sin \epsilon$	$-\epsilon$

Compte tenu de son excentricité, l'orbite de la Terre, n'est pas parcourue à vitesse angulaire constante, donc les saisons n'ont pas la même durée. La loi des aires $r^2 \frac{du}{dt} = \text{Constante}$ montre que les saisons du côté du périhélie sont plus courtes que celles proches de l'aphélie : actuellement, automne plus hiver durent environ 7,7 jours de moins que printemps plus été (cf. [CAPDEROU \(2003\)](#) pour plus de précisions, notamment les expressions simplifiées au premier ordre en fonction de l'excentricité).

Mais la déclinaison δ ainsi que la distance Terre-Soleil sont des fonctions périodiques du temps, que l'on peut développer en série de Fourier afin de calculer par exemple l'éclairement solaire journalier moyen (cf. fig. [3.15](#)).

3.2.4 La hiérarchie des cycles de variations d'orbite

Le mouvement de la Terre est légèrement perturbé par l'attraction de la Lune et des autres planètes : c'est celui d'une toupie en rotation rapide sur un axe animé d'oscillations lentes. Les cycles de ces variations, étudiés par MILANKOVITCH, s'étendent sur des échelles de temps de quelques dizaines de milliers d'années ou plus. Par échelle de temps décroissante :

- Variations de l'excentricité entre 0 et 7 %, actuellement faible (1,7 %) avec une période moyenne de 100 000 ans (cf. Fig [3.11](#)).
- Obliquité : l'obliquité varie entre 22° et 25° environ avec une période de 41 000 ans (cf. Fig [3.12](#)).
- L'axe des pôles décrit de plus un cône normal au plan de l'écliptique avec une périodicité d'environ 26 000 ans.
- Précession des équinoxes ω : période moyenne de 21 000 ans (cf. Fig [3.13](#)).

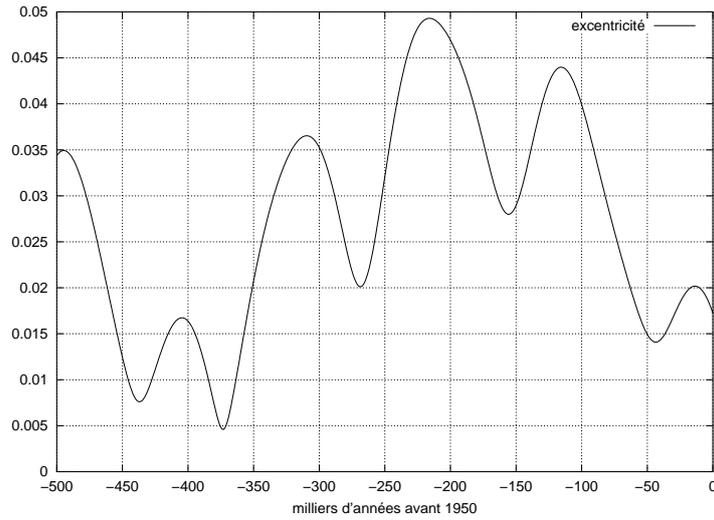


FIGURE 3.11 – Variations de l'excentricité de l'orbite de la Terre

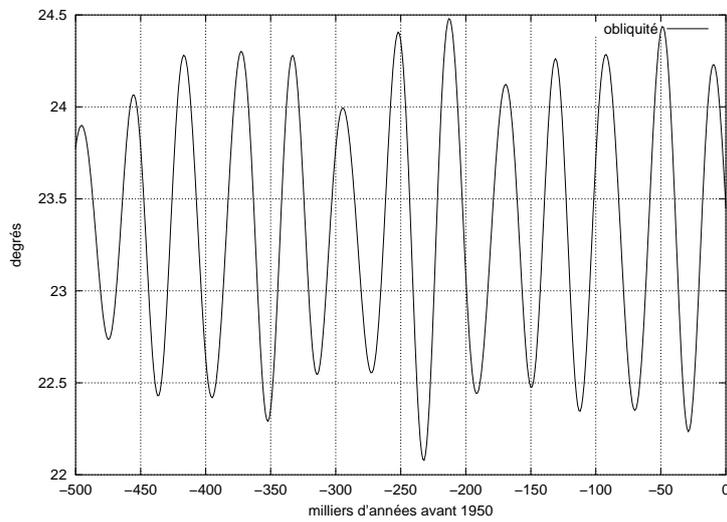


FIGURE 3.12 – Variations de l'obliquité de l'orbite de la Terre

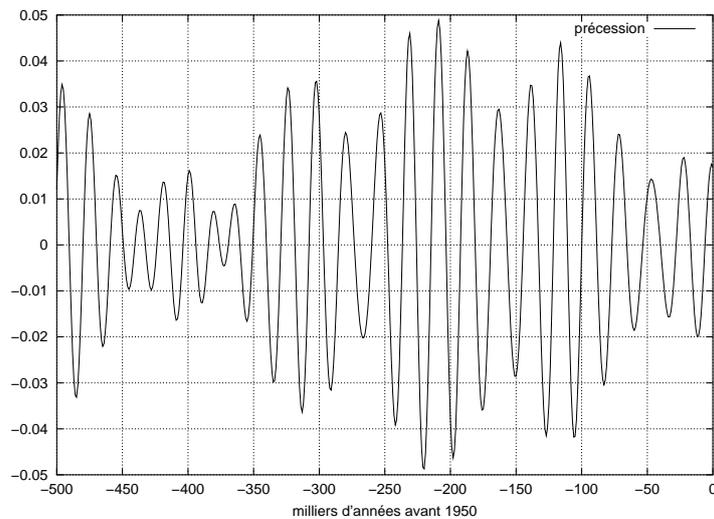
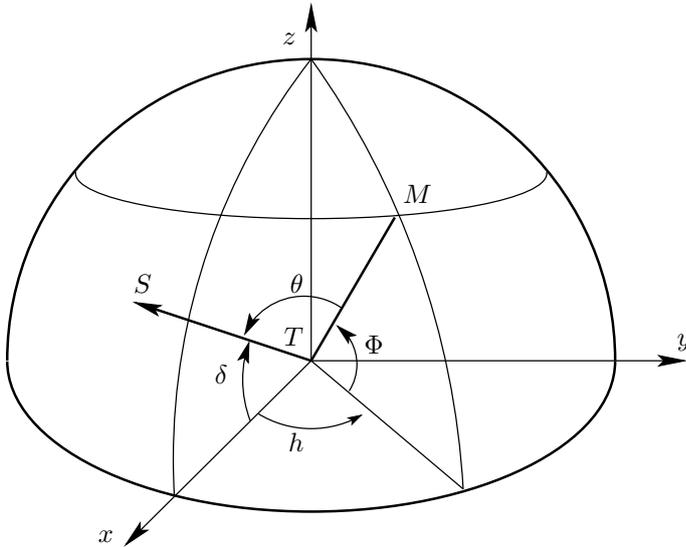


FIGURE 3.13 – Variations de la précession climatique ($e \sin \omega$ sinus de la longitude éclipse du périhélie modulé par l'excentricité) de la Terre

3.3 Répartition saisonnière et en latitude de l'éclairement au sommet de l'atmosphère

3.3.1 Calcul de l'angle zénithal

Considérons un repère centré sur la Terre, avec l'axe \vec{Tz} vers le pôle Nord et le plan xTy dans le plan équatorial. Soit \vec{TS} un vecteur unitaire orienté vers le Soleil, choisissons l'axe \vec{Tx} selon la projection de \vec{TS} dans le plan équatorial.



Soit δ la déclinaison du Soleil, c'est à dire l'angle de \vec{TS} avec le plan équatorial (pris dans le plan vertical xTz où le Soleil est au zénith). Soit Φ la latitude d'un point courant M , et h son angle horaire, c'est à dire sa longitude comptée à partir de Tx , ou encore l'angle entre les projections horizontales de \vec{TS} et celle de \vec{TM} . On définit l'**angle zénithal** comme l'angle d'incidence du rayonnement solaire (direct) au point M , soit $\theta = (\vec{TM}, \vec{TS})$, l'angle entre la verticale locale et la direction du Soleil.

FIGURE 3.14 – Angle zénithal

$$\vec{TM} = \begin{pmatrix} \cos \Phi \cos h \\ \cos \Phi \sin h \\ \sin \Phi \end{pmatrix} \quad \vec{TS} = \begin{pmatrix} \cos \delta \\ 0 \\ \sin \delta \end{pmatrix}$$

$$\cos \theta = \vec{TM} \cdot \vec{TS} = \cos \Phi \cos h \cos \delta + \sin \Phi \sin \delta$$

L'angle zénithal dépend donc de l'angle horaire, de la latitude et de la déclinaison. Durant l'année, la déclinaison δ varie entre $-23,5^\circ$ au solstice d'hiver et $+23,5^\circ$ au solstice d'été en passant par 0 aux équinoxes.

Cas particuliers

à midi $h = 0$ donc $\cos \theta = \cos(\Phi - \delta)$ soit $|\theta| = |\Phi - \delta|$.
 aux pôles $\Phi = \pm\pi/2 \Rightarrow \cos \theta = \pm \sin \delta$. Élévation $= (\pi/2 - \theta) = \delta =$ déclinaison.

3.3.2 Durée du jour

Le jour est défini par $\cos \theta > 0$, les levers et couchers du Soleil par $\cos \theta_0 = 0$. Ils se produisent pour des angles horaires $\pm h_0$ vérifiant :

$$\cos h_0 = -\tan \Phi \tan \delta$$

la durée du jour est donc $\Delta h = 2 \arccos(-\tan \Phi \tan \delta)$.

- À l'équateur ($\Phi = 0$) pendant toute l'année ou aux équinoxes ($\delta = 0$) à toute latitude, $\cos h_0 = 0$, $h_0 = \pi/2$ et la durée du jour est de 12 h ($\Delta h = \pi$).
- Le cercle polaire est défini par la latitude au delà de laquelle des journées ou des nuits de 24 h sont possibles.
 - Jour de 24 h : $\Delta h = 2\pi$, $h_0 = \pi$, $\tan \Phi \tan \delta = 1$, $\Phi = \pm\pi/2 - \delta$, ce qui est possible (suivant la saison et l'hémisphère) pour $|\Phi| > \pi/2 - \epsilon \approx 67^\circ$.
 - Nuit polaire : $\Delta h = 0$, $h_0 = 0$, $\tan \Phi \tan \delta = -1$, $\Phi = \pi/2 + \delta$.

3.3.3 Flux moyen journalier

Si on néglige la variation de la distance Terre-Soleil due à l'excentricité de l'orbite de la Terre, on peut calculer le flux moyen journalier (cf. Fig. 3.15, page 30) en fonction de la latitude et de la déclinaison, elle-même fonction de la saison :

$$\bar{F} = \frac{1}{2\pi} C \int_{-h_0}^{+h_0} \cos \theta dh = \frac{1}{\pi} C \int_0^{h_0} \cos \theta dh = \frac{C}{\pi} [h_0 \sin \Phi \sin \delta + \sin h_0 \cos \Phi \cos \delta]$$

Cas particuliers

Aux équinoxes $\delta = 0$, donc $h_0 = \pi/2$

$$\bar{F} = \frac{C}{\pi} \cos \Phi$$

Le flux est maximal à l'équateur :

$$\bar{F} = \frac{C}{\pi} \approx 0,32C \approx 435 \text{ W.m}^{-2}$$

Au pôle au solstice d'été $\Phi = \pi/2$ et $\delta = \epsilon$ donc $\Delta h = 2\pi$

$$\bar{F} = \frac{C}{\pi} \pi \sin \delta = C \cos(\pi/2 - \delta) \approx C \cos(67^\circ) \approx 0,40C \approx 549 \text{ W.m}^{-2}$$

3.3.4 Représentation des variations en latitude de l'éclairement solaire

Si on adopte une échelle de latitude proportionnelle aux surfaces entre deux parallèles, cf. TRIPLET et ROCHE (1986) :

$$dS = 2\pi R \cos \Phi R d\Phi$$

La coordonnée x est choisie telle que

$$\begin{aligned} dx &\propto dS \propto \cos \Phi d\Phi \\ \Rightarrow x &\propto \int \cos \Phi d\Phi \Rightarrow x = a \sin \Phi \end{aligned}$$

Cas des équinoxes :

$$y = \bar{F} = \frac{C}{\pi} \cos \Phi = b \cos \Phi$$

Alors $y = f(x)$ est une demi-ellipse.

3.3. RÉPARTITION SAISONNIÈRE ET EN LATITUDE

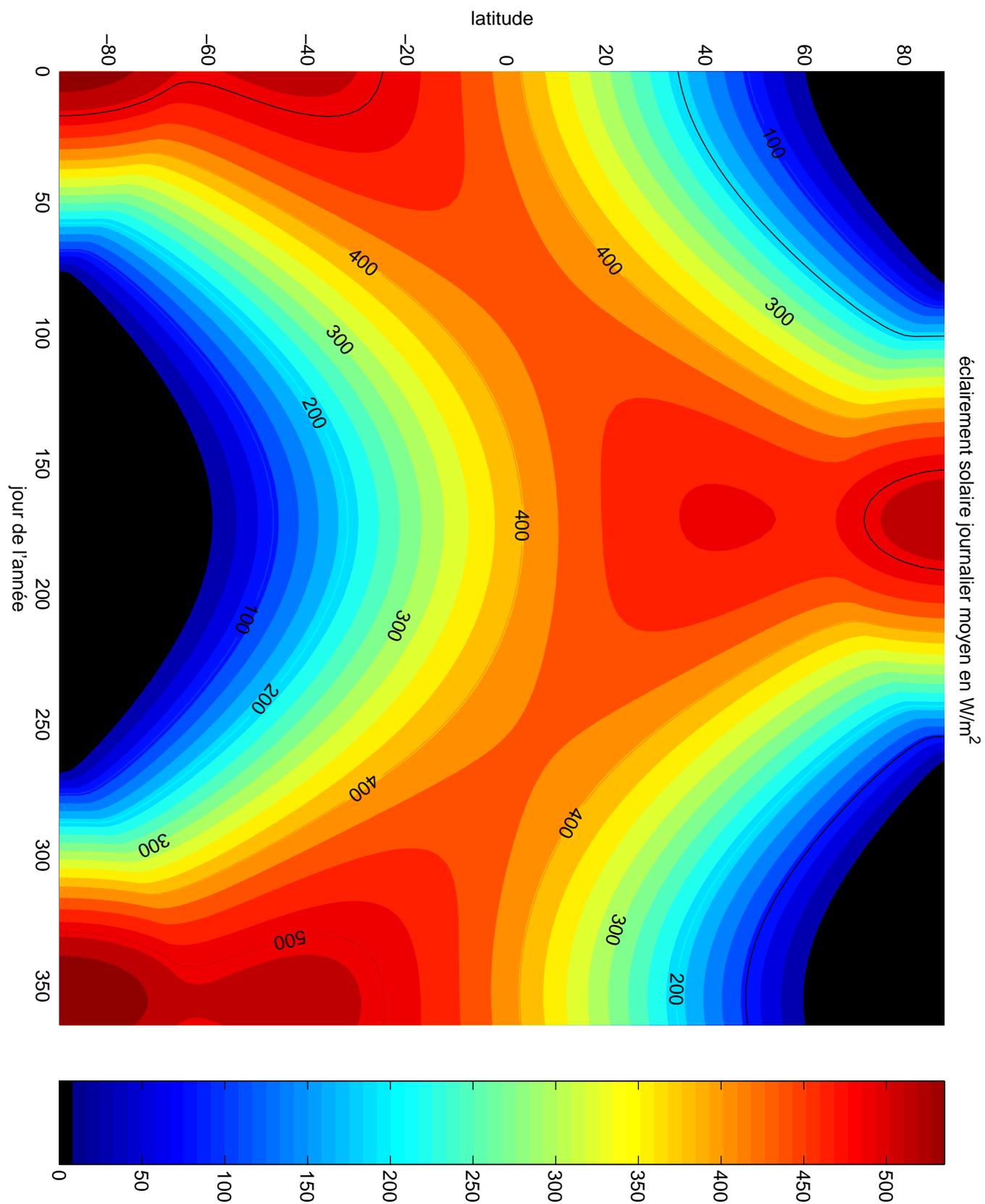


FIGURE 3.15 – Éclairement solaire moyen journalier au sommet de l'atmosphère

Table des figures

1.1	Angle solide élémentaire	1
1.2	Angle solide élémentaire en coordonnées sphériques	2
1.3	Étendue géométrique d'un faisceau élémentaire	3
2.1	Luminance du corps noir	10
2.2	Luminance du Soleil et de Terre considérés comme corps noirs	11
2.3	Recherche graphique de x_0 (loi de Wien)	12
2.4	Recherche graphique de x_1	13
3.1	Structure du Soleil	18
3.2	Profils de température et de masse volumique du Soleil	19
3.3	Température du Soleil au delà de la photosphère	19
3.4	Le spectre solaire et sa variabilité	20
3.5	Taches solaires (surface couverte) : le cycle de 11 ans	21
3.6	Nombre de taches solaires (nombre de Wolf) : le cycle de 11 ans	22
3.7	Nombre de taches solaires : le minimum de Maunder	22
3.8	Mesure de la constante solaire : cycle de 11 ans	23
3.9	Orbite de la Terre autour du Soleil : aphélie et périhélie	24
3.10	Orbite de la Terre autour du Soleil : solstices et équinoxes	25
3.11	Variations de l'excentricité de l'orbite de la Terre	27
3.12	Variations de l'obliquité de l'orbite de la Terre	27
3.13	Variations de la précession climatique de la Terre	27
3.14	Angle zénithal	28
3.15	Éclairement solaire moyen journalier au sommet de l'atmosphère	30

Liste des tableaux

3.1 Valeurs remarquables de la déclinaison δ 26

Index

– A –			
angle		indicatrice d'émission	4
horaire	28	intensité énergétique	4
solide	1, 4	– K –	
zénithal	6, 28	Kirchhoff (loi de)	8, 15
anomalie vraie	25	– L –	
aphélie	24	lambertienne	4
– C –		longitude écliptique	25
cercle polaire	29	luminance énergétique	4, 8, 9, 13, 17, 21
chromosphère	19	– N –	
constante solaire	20	nombre de Wolf	22
corps gris	8, 15	– O –	
corps noir	7	obliquité	24
couronne	19	– P –	
cycle solaire	21	périhélie	24
– D –		photosphère	19
déclinaison	25, 28	Planck (loi de)	9
– E –		précession des équinoxes	24, 25
éclairage énergétique	5	– R –	
élévation	28	Rayleigh-Jeans (approximation de)	14, 17
émissivité	8, 8, 15, 16	– S –	
émittance énergétique	4	solstice	26, 29
énergie volumique	6	stéradian	1
équinoxe	25, 26, 29	Stefan	
étendue géométrique	2, 8	constante de	9
excentricité	24	loi de	9, 20
exitance	4	– T –	
– F –		tache solaire	21
flux		température	
actinique	6	de brillance	17
descendant	6	radiative	16
énergétique	3	– W –	
montant	6	Wien	
net	6		
sphérique	6		

INDEX

approximation de **14**
loi de **12, 20**

Bibliographie

ANDREWS, DAVID G., *An Introduction to Atmospheric Physics* (Cambridge University Press, 2000).

[★ Géné.] Manuel généraliste de physique atmosphérique.

ANDREWS, DAVID G., JAMES R. HOLTON et CONWAY B. LEOVY, *Middle Atmospheric Dynamics* (Academic Press, 1987).

[Rech.] Ouvrage très spécialisé de niveau recherche sur la dynamique de l'atmosphère moyenne. La question des taux de refroidissement y est traitée de façon assez détaillée (intégrales d'échanges).

BRASSEUR, GUY et SUSAN SOLOMON, *Aeronomy of the middle atmosphere* (D. Reidel, 1986), 2^e édition.

[Rech.] Un des premiers ouvrages qui étudie en détail le rayonnement solaire dans l'atmosphère moyenne. Très complet sur les courtes longueurs d'onde et la haute atmosphère.

CAPDEROU, MICHEL, *Satellites : orbites et missions*, 503 p. (Springer, 2003), ISBN 2-287-59772-7.

[Compl.] Une étude très complète en français des orbites des satellites accompagnée d'un logiciel de calcul des trajectoires. On peut notamment y consulter le chapitre sur les mouvements Képlériens et la loi horaire.

3.2.3

CARTNEY, EARL J. MC, *Optics of the Atmosphere*, 408 p. (Wiley, 1976), ISBN 0-471-01526-1.

[Spéc.] Ouvrage présentant les phénomènes de diffusion de la lumière dans l'atmosphère.

CHIRON DE LA CASINIÈRE, ALAIN, *Le rayonnement solaire dans l'environnement terrestre*, 264 p. (Publibook, 2003), ISBN 274830242-7.

[Prog.] Récent ouvrage en français qui couvre très largement et approfondit l'étude du rayonnement solaire présentée dans ce cours.

DEIRMENDJIAN, DIRAN, *Electromagnetic Scattering on Spherical Polydispersions*, 290 p. (Elsevier, 1969), ISBN 444-00038-0.

[Spéc.] Ouvrage spécialisé sur la diffusion par les particules sphériques. Rappel de la théorie de Mie, prise en compte de la polarisation et surtout calcul des sections efficaces de diffusion de diverses distributions de gouttelettes dans les nuages ou de poussières planétaires. Nombreuses tables et résultats graphiques.

DELMAS, ROBERT, GÉRARD MÉGIE et VINCENT-HENRI PEUCH, *Physique et chimie de l'atmosphère*, 640 p. (Belin, 2005), ISBN 2-7011-3700-4.

[Rech.] Ouvrage collectif en français particulièrement précieux notamment pour la chimie.

DESIGNES, FRANÇOIS, *Rayonnements optiques* (Masson, 1997), 2^e édition.

BIBLIOGRAPHIE

[Compl.] Manuel d'optique permettant de compléter les deux premiers chapitres de ce cours.

ENCRENAZ, THÉRÈSE, *Le système solaire*, tome 21 de *Dominos*, 128 p. (Flammarion, 1993), ISBN 2-08-035182-6.

[G.public.] Petit fascicule d'une série grand public présentant le système solaire et notamment les caractéristiques des planètes.

FEAGLE, ROBERT G. et JOOST A. BUSINGER, *Atmospheric Physics*, tome 5 de *International Geophysics Series* (Academic Press, 1963).

[Géné.] Manuel généraliste de physique de l'atmosphère, un peu orienté haute atmosphère.

GAUSSORGUES, GILBERT, *La thermographie infrarouge*, 587 p. (Technique et Documentation, 1999), 4^e édition, ISBN 2-7430-0290-5.

[Compl.] Ouvrage très documenté sur une des applications du rayonnement infrarouge comportant notamment une introduction à la radiométrie, une description de la transmission atmosphérique et une présentation de l'instrumentation dans ce domaine.

GOODY, R. M., *Principles of Atmospheric Physics and Chemistry*, 324 p. (Oxford University Press, 1995), ISBN 0-19-509362-3.

[★ Géné.] Un ouvrage de référence sur la physique et la chimie de l'atmosphère en général, avec deux chapitres sur le rayonnement.

GOODY, R. M. et Y. L. YUNG, *Atmospheric Radiation* (Oxford University Press, 1989), 2^e édition.

[Rech.] Ouvrage spécialisé de niveau recherche sur le rayonnement dans l'atmosphère.

HARTMANN, DENIS L., *Global Physical Climatology*, tome 56 de *International Geophysics Series*, 408 p. (Academic Press, 1994), ISBN 0-12-328530-5.

[★ Géné.] Une excellente introduction à la physique du climat avec un chapitre sur le transfert radiatif.

HOUGHTON, HENRY G., *Physical Meteorology*, 452 p. (The MIT Press, 1985), ISBN 0-262-08146-6.

[Géné.] Un ouvrage remarquable qui parvient à présenter de façon très concise (mais dense) l'essentiel de la physique atmosphérique.

HOUGHTON, HENRY G., *The Physics of the Atmospheres* (Cambridge University Press, 1986), 2^e édition.

[Géné.]

INCROPERA, FRANK P. et DAVID P. DEWIT, *Fundamentals of Heat and Mass Transfer* (John Wiley, 1996), 4^e édition.

[Compl.] Traite des transferts de masse et de chaleur en général avec beaucoup d'applications dans le domaine de l'énergétique industrielle. Comporte quelques chapitres bien illustrés sur le transfert par rayonnement.

KIDDER, STANLEY Q. et THOMAS H. VONDER HAAR, *Satellite Meteorology, an introduction*, 466 p. (Academic Press, 1995), ISBN 0-12-406430-2.

[Rech.] Ouvrage spécialisé

LENOBLE, JACQUELINE, *Atmospheric Radiative Transfer* (A. Deepak, 1993).

[Rech.] Écrit par une spécialiste française du rayonnement, un ouvrage très complet sur le transfert radiatif dans l'atmosphère avec notamment une description de l'instrumentation atmosphérique.

LETREUT, HERVÉ et JEAN-MARC JANCOVICI, *L'effet de serre : allons-nous changer le climat ?*, Dominos, 128 p. (Flammarion, 2001), ISBN 2080300202.

[G.public.] Petit fascicule d'une série grand public présentant l'influence des activités anthropiques sur le climat de la planète.

LIU, KUO-NAN, *Radiation Cloud Processes in the Atmosphere* (Oxford University Press, 1992).

[Rech.] Ouvrage très spécialisé sur le transfert radiatif dans les nuages.

LIU, KUO-NAN, *An Introduction to Atmospheric Radiation*, tome 84 de *International Geophysics Series* (Academic Press, 2002), 2^e édition.

[* Rech.] Une des références les plus à jour sur le rayonnement dans l'atmosphère, avec en particulier un chapitre sur la télédétection.

LYNCH, DAVID et WILLIAM LIVINGSTON, *Aurores, mirages, éclipses...*, 262 p. (Dunod, 2002), ISBN 2100065076.

[G.public.] Un ouvrage destiné au grand public et richement illustré sur les phénomènes optiques dans l'atmosphère.

MALARDEL, SYLVIE, *Fondamentaux de Météorologie*, 724 p. (Cépaduès Éditions, 2005), ISBN 2-85428-631-6.

[Géné.] Pourrait être présenté comme le successeur de l'ouvrage de [TRIPLÉ et ROCHE \(1986\)](#), mais beaucoup plus complet et accompagné d'une très riche infographie, c'est la publication phare issue de Météo-France.

3.3.4

MEASURES, RAYMOND M., *Laser Remote Sensing*, 510 p. (Wiley, 1984), ISBN 0471081930.

[Compl.] Une des rares références présentant dans un seul document tous les aspects des systèmes de mesure atmosphérique par télédétection laser (LIDAR). Comporte une description des phénomènes d'absorption et de diffusion dans l'atmosphère.

MISCHENKO, MICHAEL I., LARRY D. TRAVIS et ANDREW A. LACIS, *Scattering, Absorption and Emission of Light by Small Particles*, 448 p. (Cambridge University Press, 2005), 2^e édition, ISBN 0-521-78252, URL <http://www.giss.nasa.gov/~crmim/books.html>.

NGÔ, CHRISTIAN, JEAN-PIERRE VERDET et JEAN-CLAUDE VIAL, *Soleil* (Arthème Fayard, 2004).

[G.public.] Ouvrage grand public richement illustré.

PEIXOTO, JOSÉ et ABRAHAM OORT, *Physics of Climate*, 564 p. (Springer, 1992), ISBN 0-883187124.

[Rech.] Un ouvrage classique très fouillé sur le climat présentant notamment leur répartition géographique.

RASOOL, ICHTIAQUE, *Système Terre*, tome 12 de *Dominos*, 128 p. (Flammarion, 1993).

[G.public.] Petit fascicule d'une série grand public présentant les grands équilibres de la planète Terre et notamment le bilan radiatif.

BIBLIOGRAPHIE

SADOURNY, ROBERT, *Le Climat de la Terre*, tome 28 de *Dominos*, 128 p. (Flammarion, 1994).

[* G.public.] Petit fascicule d'une série grand public : une présentation très pédagogique sur le climat.

SALBY, MURRY L., *Fundamentals of Atmospheric Physics*, tome 61 de *International Geophysics Series*, 625 p. (Academic Press, 1996), ISBN 0-12-615160-1.

[* Géné.] Ouvrage de référence récent sur la physique de l'atmosphère en général, avec un chapitre sur le rayonnement.

THOMAS, GARY E. et KNUT STAMNES, *Radiative Transfer in the Atmosphere and Ocean*, Cambridge Atmospheric and Space Science Series, 517 p. (Cambridge University Press, 1999), ISBN 0-521-89061-6.

[Rech.] Ouvrage de niveau recherche. Présente les concepts de façon très rigoureuse et introduit les méthodes de traitement numérique des problèmes de transfert radiatif dans l'atmosphère et l'océan.

TRIPLET, J. P. et G. ROCHE, *Météorologie Générale* (École Nationale de la Météorologie, 1986), 3^e édition.

[* Géné.] Ouvrage classique de météorologie constituant une introduction à la physique de l'atmosphère. Aborde le bilan radiatif ainsi que les répartitions avec la saison et la latitude. Cet ouvrage est aujourd'hui épuisé, on peut conseiller [MALARDEL \(2005\)](#) pour le remplacer.

3.3.4, 3.3.4

WALLACE, JOHN M. et PETER B. HOBBS, *Atmospheric Science : an introductory survey*, 483 p. (Academic Press, 2006), 2^e édition, ISBN 0-12-732951-2.

[* Géné.] Ouvrage de référence sur la physique atmosphérique. La deuxième édition, en grand format, est richement illustrée et inclut de nouveaux chapitres notamment sur le climat.